

Zur Theorie des Wärmegleichgewichts fester Isolatoren.

Von K. Berger, Baden (Schweiz).

Übersicht. Die letzten Jahre haben gelehrt, daß die dielektrischen Verluste in einem festen Isolator bei hohen Spannungen zum Durchschlag führen können. Der Durchschlag kommt nach einer dadurch nahegelegten Auffassung so zustande, daß die dielektrischen Verluste den Isolator inwendig erwärmen. Weil nun die Verluste selber mit höherer Temperatur wachsen, kann unter Umständen ein Gleichgewicht zwischen erzeugter Wärme, d. h. dielektrischen Verlusten und abgeführter Wärme nicht erreicht werden. In diesem Fall steigern sich Verluste und Temperatur gegenseitig unbegrenzt. Der Isolator wird schließlich zum „Leiter“: Er schlägt durch. Nachdem Versuche im Hochspannungs-Laboratorium von Brown, Boveri & Cie in Baden die praktische Bedeutung der dielektrischen Verluste für bestimmte technische Isolierstoffe erwiesen haben, soll im folgenden berechnet werden, welchen Einfluß die Stromwärme in Kabeln auf das Wärmegleichgewicht, d. h. auf die für Dauerbetrieb höchstzulässige Spannung hat. Als Resultat wird eine Kurve aufgestellt, welche erlaubt, für jedes Material mit gegebener Temperaturabhängigkeit seiner dielektrischen Verluste festzustellen, wie stark sich die für Dauerbetrieb zulässige Spannung eines aus diesem Material hergestellten belasteten Kabels gegenüber derjenigen des leerlaufenden Kabels vermindert.

I. Einleitung.

In den letzten Jahren sind wertvolle Arbeiten erschienen, welche den elektrischen Durchschlag eines festen Isolators als thermische Erscheinung auffassen¹⁾. Nach dieser Anschauung kommt der Durchschlag zustande infolge der Erwärmung des Isolators durch dielektrische Verluste. Weil letztere im allgemeinen bei konstant gehaltener Spannung mit der Temperatur zunehmen, entsteht ein gegenseitiges In-die-Höhe-Treiben von Temperaturen und dielektrischen Verlusten, wobei unter Umständen ein Wärmegleichgewicht nicht erreicht wird, d. h. der Durchschlag eintritt.

Im Bull. S.E.V. Nr. 7, 1924, hat L. Dreyfus den Fall des Wärmegleichgewichts elektrisch beanspruchter Platten und Kabel durchgerechnet für den Fall, daß die Platte oder das Kabel nur die dielektrisch erzeugte Wärme abführen muß. Nach dem Versuche, die im Hochspannungslaboratorium der Firma Brown, Boveri & Cie. in Baden vorgenommen wurden, gezeigt haben, daß für die technisch wichtigen Isolierstoffe dieses Wärmegleichgewicht Bedeutung hat²⁾, soll in folgendem eine mathematische Ableitung des Einflusses der Stromwärme in der Kupferseele von Kabeln auf die Höhe der dauernd zulässigen Spannung gegeben werden. Der Vollständigkeit halber soll auch die Rechnung für Platten durchgeführt werden.

II. Voraussetzungen und Bezeichnungen.

1. Voraussetzungen.

a) Die Rechnung gilt nur für den stationären Zustand (Wärmegleichgewicht), nicht für den Einschaltvorgang (Erwärmungsvorgang). Sie kann also nur entscheiden, ob ein Isolator dauernd hält oder nicht. Sie kann nicht sagen, wie lange es dauert, bis ein überbeanspruchter Isolator durchschlägt.

b) Das Isoliermaterial sei homogen. Das will sagen, daß schlechte Fäden oder glimmende Stellen nicht vorkommen sollen. Die Erfahrung hat gezeigt, daß für gewickelte Hartpapierrohre diese Voraussetzung erfüllt ist.

c) Bei den vorkommenden Temperaturen soll das Isoliermaterial nicht verkohlen und nicht Risse bekommen, d. h. es soll nur umkehrbare Zustandsänderungen durchmachen.

d) Die äußere Oberflächentemperatur des Isolators werde konstant gehalten. Am nächsten trifft das zu für Klemmen, die in Öl stecken, und für Generatorstäbe, die im Statoreisen eines großen Generators eingebettet sind. Für ein Kabel heißt dies, daß die Kabelmanteltemperatur konstant sei.

e) Der Wärmefluß verlaufe in Richtung des elektrischen Feldes. Bei der Platte also senkrecht zur Plattenebene, beim Kabel radial.

¹⁾ K. W. Wagner, J. Am. Inst. El. Engs., Bd. 41: The physical Nature of the Electrical Breakdown of Solid Dielectrics. W. Rogowski, Arch. El. 1924: Der Durchschlag fester Isolatoren. L. Dreyfus, Bull. S.E.V. 1924, Nr. 7: Mathematische Theorien für den Durchschlag fester Isoliermaterialien.

²⁾ Über Versuche zur Theorie des Wärmedurchschlags an technischen Isolationen, Bull. S.E.V. 1926, Nr. 2.

f) Die Spannungsverteilung im Isolator soll durch die Kapazitätsströme (Blindströme) zustandekommen. Die Rechnung gilt darum nur für Beanspruchung durch Wechselspannungen. Eine Berücksichtigung des Einflusses der Wattströme auf die Spannungsverteilung im Kabel bringt erhebliche Schwierigkeiten der Rechnung mit sich³⁾.

g) Dielektrizitätskonstante und Wärmeleitfähigkeit des Isolierstoffs seien von der Temperatur unabhängig.

h) Die Abhängigkeit der dielektrischen Verluste von der Temperatur und Feldstärke sei dargestellt durch den Ansatz:

$$\bar{\eta}_\vartheta = \bar{p}_0 \cdot e^{\beta \cdot \vartheta} \cdot \mathcal{E}^n \quad \text{oder} \quad \eta_\vartheta = p_0 \cdot e^{\beta \cdot \vartheta} \cdot \mathcal{E}^n.$$

Bedeutung dieser Größen siehe unter 2.

2. Bezeichnungen.

ϑ = Temperatur in Grad Celsius.

ϑ_a = äußere Randtemperatur des Isolierkörpers.

ϑ_i = maximale Innentemperatur im Isolator.

Bei der Platte mit einseitiger Kühlung ist es die Temperatur der wärmeisolierten Seite; bei der Platte mit beidseitiger Kühlung ist es die Temperatur in der Plattenmitte; beim Kabel ist es die Temperatur der Kabelseele.

$\Delta\vartheta = \vartheta_i - \vartheta_a$ = größte Übertemperatur des Isolierstoffs.

ϑ_{iK} = maximale Innentemperatur im Isolator bei Spannung Null. Mit „K“ ist sie bezeichnet, weil sie praktisch durch die „Kupferwärme“ bedingt ist.

$\Delta\vartheta_K = \vartheta_{iK} - \vartheta_a$ = größte Übertemperatur des Isolierstoffs bei Spannung Null.

x = Raumkoordinate senkrecht zur Platte, gemessen in Zentimetern.

a = Plattendicke in Zentimetern.

r = Radius eines Zylinders beim Kabel, gemessen in Zentimetern.

r_i = Innenradius der Kabelisolation in Zentimetern.

r_a = Außenradius der Kabelisolation in Zentimetern.

E = elektrische Spannung in Kilovolt effektiv.

$E_{\max}$ = Kippspannung in Kilovolt effektiv.

$\mathcal{E}$ = elektrische Feldstärke in kV/cm.

$\bar{\eta}_\vartheta$ = dielektrischer Verlust in W/cm³ bei der Temperatur ϑ und der Feldstärke $\mathcal{E}$.

$\bar{p}_\vartheta$ = dielektrischer Verlust je cm³ bei der Temperatur ϑ und der Feldstärke $\mathcal{E} = 1$ kV/cm.

$\bar{p}_0$ = dielektrischer Verlust je cm³ bei der Temperatur $\vartheta = 0$ und der Feldstärke $\mathcal{E} = 1$ kV/cm.

$\bar{p}_a$ = dielektrischer Verlust je cm³ bei der am Rand herrschenden Temperatur ϑ_a und der Feldstärke $\mathcal{E} = 1$ kV/cm.

Die Zahlenwerte der überstrichenen Größen $\bar{p}$ und $\bar{\eta}$ sind praktisch sehr klein (Größenordnung 10⁻⁵). Für technische Zwecke führen wir eine praktische Einheit der dielektrischen Verluste ein. Da wir die Isolierstoffe nicht mit Feldstärken von etwa 1 kV/cm beanspruchen, sondern mit solchen der Größenordnung 10 kV/cm, wählen wir als technische Feldstärkeeinheit $\mathcal{E}$ jene von 10 kV/cm = 1 kV/mm.

Als technische Einheit der dielektrischen Verluste bezeichnen wir die Anzahl Watt je dm³ Material bei einer Feldstärke $\mathcal{E}$ und nennen diese Größe die Verlustziffer bei der Feldstärke $\mathcal{E}$. Zur Kennzeichnung der Güte eines Isolierstoffes kann analog wie bei der magnetischen Verlustziffer des Eisens eine bestimmte Verlustziffer angegeben werden, z. B. bei einer Feldstärke von 1 kV/mm. Diese Größe nennen wir den Einheitsverlust dieses Materials. Wir benutzen daher noch die folgenden Bezeichnungen:

$\mathcal{E}$ = elektrische Feldstärke in kV/mm.

η_ϑ = dielektrische Verlustziffer bei der Temperatur ϑ (W/dm³ bei $\mathcal{E}$ kV/mm und Temperatur ϑ).

p_ϑ = Einheitsverlust bei Temperatur ϑ (W/dm³ bei 1 kV/mm und Temperatur ϑ).

p_0 = Einheitsverlust bei Temperatur $\vartheta = 0$ (W/dm³ bei 1 kV/mm und Temperatur $\vartheta = 0$).

³⁾ H. Schait, Dissertation Zürich und Bull. S.E.V., 1923, Nr. 11: Spannungsverteilung und Temperatur im Dielektrikum von Einleiterkabeln.

p_a = Einheitsverlust bei der Temperatur ϑ_a (W/dm³ bei 1 kV/mm und der Randtemperatur ϑ_a).

Ferner sollen bedeuten:

q = Wärmestrom = sekundliche Wärmemenge in Watt je Flächeneinheit (1 cm²).

Q = Wärmefluß = sekundliche Wärmemenge in Watt durch eine Fläche (in cm²).

λ = Wärmeleitfähigkeit des Isolierstoffs in Watt je cm² Fläche und 1 cm Schichtdicke und 1 °C.

β = Temperaturkoeffizient der dielektrischen Verluste, die wir ansetzen wie folgt:

$$\bar{\eta}_g = \bar{\eta}_0 \cdot e^{\beta \vartheta} \quad \text{oder} \quad \eta_g = \eta_0 \cdot e^{\beta \vartheta}$$

β ist eine positive Zahl, sofern die Verluste mit höherer Temperatur steigen.

n = Exponent der Spannungsabhängigkeit der dielektrischen Verluste, die wir ansetzen als:

$$\bar{\eta}_g = \bar{p}_g \cdot \bar{\mathcal{E}}^n \quad \text{oder} \quad \eta_g = p_g \cdot \mathcal{E}^n$$

In den meisten Fällen gilt angenähert $n = 2$.

$e = 2,718$ = Basis der natürlichen Logarithmen.

$\ln$ = natürlicher Logarithmus.

III. Rechnung für die Platte unendlich großer Fläche mit einseitiger Wärmeisolation.

Wir stellen uns eine sehr ausgedehnte Platte vor, die in Richtung x elektrisch beansprucht wird (Abb. 1). Der rechte Rand werde auf einer bestimmten Temperatur ϑ_a gehalten. Auf der linken Seite befindet sich eine heizende Schicht, welche uns die „Kupferwärme“ erzeugt, die durch die Isolation abfließen muß.

Das Kraftflußgesetz für die stationäre Wärmeströmung gibt uns einen ersten Zusammenhang zwischen Temperaturabfall und Wärmestrom:

$$q_x = -\lambda \cdot \frac{d\vartheta}{dx} \quad (1)$$

Die Änderung des Wärmestromes führt auf die Ergiebigkeit der Wärmequellen; das gibt folgenden Zusammenhang mit den dielektrischen Verlusten:

$$\frac{d q_x}{d x} d x = \bar{\eta}_g \cdot d x \quad (2)$$

Damit heißt unsere Grundgleichung, die sich aus der Elimination des Wärmestromes q_x ergibt:

$$\bar{\eta}_g = -\lambda \frac{d^2 \vartheta}{d x^2} \quad (3)$$

Für die Platte ist $\bar{\mathcal{E}}$ nach unseren Voraussetzungen konstant, so daß mit

$$\bar{\eta}_g = \bar{p}_g \bar{\mathcal{E}}^n = \bar{p}_0 \cdot e^{\beta \vartheta} \cdot \bar{\mathcal{E}}^n$$

wird

$$e^{\beta \vartheta} = -\left(\frac{\lambda}{\bar{p}_0 \bar{\mathcal{E}}^n}\right) \cdot \frac{d^2 \vartheta}{d x^2} \quad (4)$$

Die Lösung dieser Differentialgleichung geschieht bekanntlich wie folgt:

Es ist

$$e^{\beta \vartheta} \cdot \frac{d \vartheta}{d x} = -\left(\frac{\lambda}{\bar{p}_0 \bar{\mathcal{E}}^n}\right) \cdot \frac{d^2 \vartheta}{d x^2} \cdot \frac{d \vartheta}{d x}$$

$$e^{\beta \vartheta} \cdot d \vartheta = -\frac{1}{2} \left(\frac{\lambda}{\bar{p}_0 \bar{\mathcal{E}}^n}\right) \cdot d \left[\left(\frac{d \vartheta}{d x}\right)^2\right]$$

$$\frac{d \vartheta}{d x} = \pm \sqrt{\frac{2 \bar{p}_0 \bar{\mathcal{E}}^n}{\beta \lambda} \cdot \sqrt{C_2 - e^{\beta \vartheta}}} \quad (5)$$

Die Integrationskonstante C_2 bestimmt sich aus der Randbedingung der linken Plattenseite:

$$\text{Für } x = 0 \text{ ist } \left(\frac{d \vartheta}{d x}\right)_{x=0} = \left(\frac{\Delta \vartheta_K}{a}\right) \text{ und } \vartheta = \vartheta_i,$$

also

$$C_2 = \frac{\lambda \beta}{2 \bar{p}_0 \bar{\mathcal{E}}^n} \left(\frac{\Delta \vartheta_K}{a}\right)^2 + e^{\beta \vartheta_i},$$

womit sich ergibt:

$$\frac{d \vartheta}{d x} = -\sqrt{\frac{2 \bar{p}_0 \bar{\mathcal{E}}^n}{\beta \lambda} \cdot \sqrt{e^{\beta \vartheta_i} + \frac{\lambda \beta}{2 \bar{p}_0 \bar{\mathcal{E}}^n} \left(\frac{\Delta \vartheta_K}{a}\right)^2 - e^{\beta \vartheta}}} \quad (6)$$

Die weitere Integration liefert x :

$$x = \sqrt{\frac{\lambda}{2 \bar{p}_0 \beta \bar{\mathcal{E}}^n}} \cdot \frac{1}{\sqrt{z}} \times \ln \left\{ \frac{(\sqrt{z} + \sqrt{z - e^{\beta \vartheta}})(\sqrt{z} - \sqrt{k})}{(\sqrt{z} - \sqrt{z - e^{\beta \vartheta}})(\sqrt{z} + \sqrt{k})} \right\} \quad (7)$$

Dabei ist der Nullpunkt für x so festgesetzt, daß für $x = 0$: $\vartheta = \vartheta_i$ wird.

Abkürzungen s. Gl. (9).

Für $x = a$ erhalten wir folgende „Parameterdarstellung“ für die an der Platte liegende Gesamtspannung:

$$a \bar{\mathcal{E}} = E = \sqrt{\frac{\lambda}{2 \bar{p}_a \beta \bar{\mathcal{E}}^{n-2}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{v + \frac{k}{c}}} \times \ln \left\{ \frac{(\sqrt{v + \frac{k}{c}} + \sqrt{v + \frac{k}{c} - 1})(\sqrt{v + \frac{k}{c}} - \sqrt{\frac{k}{c}})}{(\sqrt{v + \frac{k}{c}} - \sqrt{v + \frac{k}{c} - 1})(\sqrt{v + \frac{k}{c}} + \sqrt{\frac{k}{c}})} \right\} \quad (8)$$

$$E = \beta \cdot \Delta \vartheta_K \sqrt{\frac{\lambda}{2 \bar{p}_a \beta \bar{\mathcal{E}}^{n-2}}} \cdot \sqrt{\frac{c}{k}}$$

Dabei sind folgende Abkürzungen benutzt:

$$\left. \begin{aligned} c &= e^{\beta \vartheta_i} & v &= e^{\beta (\vartheta_i - \vartheta_a)} \\ \bar{k} &= \frac{\lambda \beta}{2 \bar{p}_0 \bar{\mathcal{E}}^{n-2}} \left(\frac{\Delta \vartheta_K}{E}\right)^2 & \frac{\bar{k}}{c} &= \frac{\lambda \beta}{2 \bar{p}_a \bar{\mathcal{E}}^{n-2}} \cdot \left(\frac{\Delta \vartheta_K}{E}\right)^2 \\ z &= e^{\beta \vartheta_i} + \bar{k} & \frac{z}{c} &= v + \frac{\bar{k}}{c} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

In Gl. (8) stellt $\left(\frac{\bar{k}}{c}\right)$ einen variablen „Parameter“ dar, der solange variiert werden muß, bis beide Gleichungen (8) erfüllt sind.

A. Als einfachsten Spezialfall betrachten wir kurz den von Dreyfus gerechneten, wo $\Delta \vartheta_K = 0$ ist. Damit wird $\bar{k} = 0$, und wir erhalten für E folgenden Wert:

$$E = \sqrt{\frac{\lambda}{2 \bar{p}_a \beta \bar{\mathcal{E}}^{n-2}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{v}} \cdot \ln \left\{ \frac{\sqrt{v} + \sqrt{v-1}}{\sqrt{v} - \sqrt{v-1}} \right\} \quad (10)$$

Die Spannung variiert mit der Innentemperatur ϑ_i , wie in Abb. 2 gezeigt ist. Es besteht ein Maximum der Spannung E , welches wir als Kippspannung bezeichnen. Das Maximum folgt rechnerisch aus $\frac{\partial E}{\partial \vartheta_i} = 0$, welche Bedingung ergibt:

$$\frac{1}{\sqrt{v}} \cdot \ln \left\{ \frac{\sqrt{v} + \sqrt{v-1}}{\sqrt{v} - \sqrt{v-1}} \right\} = \frac{2}{\sqrt{v-1}}$$

Die graphische Lösung führt zu folgenden Werten:

$$v = e^{\beta (\vartheta_i - \vartheta_a)} = 3,30 \quad \text{und daraus}$$

$$\vartheta_i - \vartheta_a = \frac{1,195}{\beta} \quad (11)$$

$$\mathcal{E}_{\max} = 0,935 \sqrt{\frac{\lambda}{\beta \bar{p}_a \bar{\mathcal{E}}^{n-2}}} \quad (12)$$

Diese Formeln stimmen sehr angenähert mit den von Dreyfus gerechneten überein, wenn wir dort die Dielektrizitätskonstante als temperaturunabhängig betrachten ($\beta_{\text{Dreyfus}} = 0$). Der gerechnete Wert $E_{\max}$ stellt das Maximum der Abb. 2 dar. Über dieser Spannung ist kein

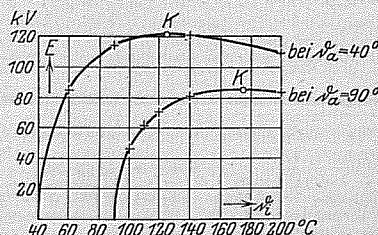


Abb. 2. Elektr. Spannung an einer Platte in Funktion der maximalen Innentemperatur, bei Außentemperaturen von 40° und 90°.

Kurven gerechnet für:
 $p_{a0} = 0,3 \left(\frac{\text{Watt}}{\text{dm}^3} \text{ bei } 10 \frac{\text{kV}}{\text{cm}}\right)$
 $p_{a0} = 0,6 \quad "$
 $\beta = \frac{1}{50} \ln \left(\frac{0,6}{0,3}\right) = 0,0139$
 $\lambda = 0,0007 \frac{\text{Watt}}{\text{cm}^2 \text{ } ^\circ\text{C}}$
 $n = 2$
 $\Delta \vartheta_K = 0$

stabiles Wärmegleichgewicht mehr möglich. Den Punkt K bezeichnen wir als Kippunkt.

B. Ganz analog existiert auch für den Fall $\Delta \vartheta_K \neq 0$ ein Maximum der Spannung E in Funktion von ϑ_i , welches wir wieder erhalten aus $\frac{\partial E}{\partial \vartheta_i} = 0$. Das gibt die Maximumsbedingung

$$\ln \left\{ \frac{\left(\sqrt{\frac{z}{c}} + \sqrt{\frac{z}{c} - 1} \right) \left(\sqrt{\frac{z}{c}} - \sqrt{\frac{k}{c}} \right)}{\left(\sqrt{\frac{z}{c}} - \sqrt{\frac{z}{c} - 1} \right) \left(\sqrt{\frac{z}{c}} + \sqrt{\frac{k}{c}} \right)} \right\} = \frac{2}{\sqrt{\frac{z}{k}} - \sqrt{\frac{k}{z}}} + \frac{2}{\sqrt{1 - \frac{c}{z}}} = y. \quad (13)$$

Mit Hilfe der durch obige Gleichung definierten Größe y können wir alle gewünschten Werte darstellen. Es ist die Kippspannung

$$E_{\max} = \sqrt{\frac{\lambda}{2 p_0 \beta \mathcal{E}^{n-2}}} \cdot \frac{y}{\sqrt{z}} = \sqrt{\frac{\lambda}{2 p_a \beta \mathcal{E}^{n-2}}} \cdot \sqrt{\frac{c}{z}} \cdot y, \quad (14)$$

die Kippübertemperatur

$$(\vartheta_i - \vartheta_a)_{\max} = \frac{1}{\beta} \ln \left\{ \frac{1 - \frac{k}{z}}{\frac{c}{z}} \right\}, \quad (15)$$

der zugehörige Temperaturabfall der „Kupferwärme“ allein

$$\Delta \vartheta_K = E_{\max} \sqrt{\frac{2 p_0 k \mathcal{E}^{n-2}}{\lambda \beta}} = \frac{y}{\beta} \sqrt{\frac{k}{z}}, \quad (16)$$

ferner das Verhältnis der Kippspannung mit „Kupferwärme“ zu derjenigen ohne „Kupferwärme“:

$$\frac{E_{\max} \text{ mit Kupferwärme}}{E_{\max} \text{ ohne Kupferwärme}} = \frac{y}{2,40} \sqrt{3,30 \frac{c}{z}}. \quad (17)$$

Einige Werte der Gl. (13) wurden auf graphischem Wege berechnet und damit die Zahlentafel 1 aufgestellt. Es lassen sich also, wie aus Gl. (14) oder Zahlentafel 1 ersichtlich, die einfachen Formeln des Falles $\Delta \vartheta_K = 0$ für die Spannung E ersetzen durch ganz analog gebaute andere, welche sich nur durch neue konstante Faktoren von ihnen unterscheiden.

Zahlentafel 1.

$\frac{k}{z}$	$\frac{c}{z}$	y	$\beta \cdot \Delta \vartheta_K$	$E_{\max}$ kV	$E_{\max}$ für $n=2$	$\beta (\vartheta_i - \vartheta_a)_{\max}$	$\beta (\Delta \vartheta_K + \Delta \vartheta_0)$	$\frac{E_{\max} \text{ mit Kupferwärme}}{E_{\max} \text{ ohne Kupferwärme}}$
0	0,303	2,40	0	$0,935 \sqrt{\frac{\lambda}{p_a \beta \mathcal{E}^{n-2}}}$	$296 \sqrt{\frac{\lambda}{p_a \beta}}$	1,195	1,195	100 %
0,02	0,20	2,54	0,36	0,82	259	1,545	1,555	87,7 %
0,10	0,143	2,826	0,894	0,672	212	2,073	2,089	71,9 %
0,20	0,06	3,168	1,425	0,553	175	2,59	2,620	59,1 %
0,40	0,0145	4,126	2,61	0,352	111	3,72	3,805	37,6 %
Allgemein:			Abszisse, Abb. 3	$\bar{K} \sqrt{\frac{\lambda}{p_a \beta \mathcal{E}^{n-2}}}$ Kurve 1, Abb. 3	$K \sqrt{\frac{\lambda}{p_a \beta}}$ Kurve 2, Abb. 3	Kurve 3, Abb. 3	Kurve 4, Abb. 3	Kurve 5, Abb. 3

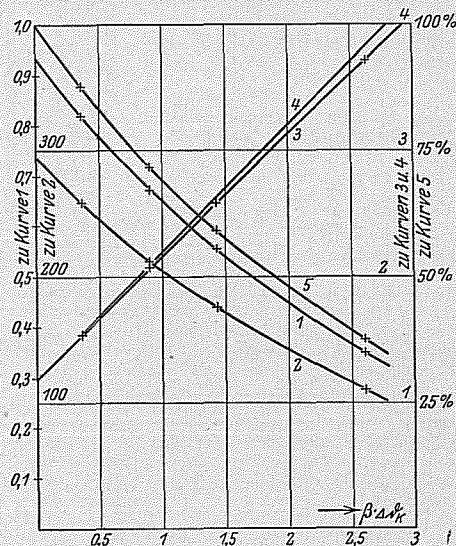
Der Inhalt der Zahlentafel ist besser ersichtlich aus den Kurven der Abb. 3. Fassen wir kurz zusammen: Aus dem Temperaturkoeffizienten β des Isoliermaterials und dem Temperaturabfall $\Delta \vartheta_K$ der „Kupferwärme“ allein folgt das Produkt $\beta \cdot \Delta \vartheta_K$. Zu diesem Zahlenwert liefern die Kurven 1 und 2 der Abb. 3 den Faktor $\bar{K}$ oder K , womit nach Gl. (18) a und b die Kippspannung berechnet werden kann.

$$E_{\max} = \bar{K} \sqrt{\frac{\lambda}{p_a \beta \mathcal{E}^{n-2}}} \quad \text{oder} \quad E_{\max} = K \sqrt{\frac{\lambda}{p_a \beta \mathcal{E}^{n-2}}} \quad (18a)$$

speziell für $n=2$ (Verluste wachsen proportional dem Quadrat der Feldstärke):

$$E_{\max} = \bar{K} \sqrt{\frac{\lambda}{p_a \beta}} \quad \text{oder} \quad E_{\max} = K \sqrt{\frac{\lambda}{p_a \beta}}. \quad (18b)$$

Die dauernd zulässige Spannung an der Platte ist auch hier, wie beim Fall ohne Stromwärme, unabhängig von der Plattendicke, wenn wir voraussetzen, daß die dielektrischen Verluste proportional dem Quadrat der Feldstärke wachsen ($n=2$), und wenn wir solche Platten aus gleichem Material vergleichen, welche alle denselben Temperaturabfall zwischen den Randebenen aufweisen infolge der Stromwärme allein. Ist aber die durchzuleitende „Kupferwärme“ vorgeschrieben und für mehrere Platten verschie-



Kurve 1 = Faktor $\bar{K}$
 „ 2 = „ K
 „ 3 = $\beta (\vartheta_i - \vartheta_a)_{\max}$
 Kurve 4 = $\beta (\Delta \vartheta_K + \Delta \vartheta_0)$
 „ 5 = $\frac{E_{\max} \text{ mit Kupferwärme}}{E_{\max} \text{ ohne Kupferwärme}}$

Abb. 3.

dener Dicke dieselbe, so wird die dickere Platte weniger Spannung dauernd halten als die dünne, gleiche Außentemperatur vorausgesetzt! Die Größe des Unterschiedes ergibt sich aus den Faktoren $\bar{K}$ oder K der Zahlentafel 1 oder der Abb. 3.

Die Innentemperaturen im Isolator erreichen hohe Werte. Die zweitletzte und drittletzte Kolonne der Zahlentafel 1 zeigen, daß im Kippunkt die aus „Kupferwärme“ und dielektrischer Wärme resultierende Übertemperatur etwas tiefer liegt als die Summe der Übertemperaturen,

wenn einmal nur „Kupferwärme“ durchfließt bei Spannung 0 ($\Delta \vartheta_K$) und das andere Mal nur eine der Kippspannung für „Kupferwärme“ 0 entsprechende dielektrische Wärme ($\Delta \vartheta_0$). Letztere beiden Summanden entsprechen einem Kurzschluß- und Leerlaufversuch. In Abb. 3 wird die Summe obiger beider Übertemperaturen dargestellt durch Kurve 4, während die wahre Kipptemperatur für den Fall mit „Kupferwärme“ durch Kurve 3 dargestellt ist. Wie man sieht, beträgt der Unterschied nur wenige Prozent.

Endlich gibt Kurve 5 in Abb. 3 das Verhältnis der Kippspannungen mit und ohne „Kupferwärme“ an.

Wir haben hier die Platte mit einseitiger Kühlung nach Abb. 1 betrachtet. Der Fall mit beidseitiger Kühlung bietet nichts wesentlich Neues. Er kann sofort aus dem Gerechneten erhalten werden durch Zusammenlegen zweier einseitig gekühlter Platten.

IV. Rechnung für das Einleiterkabel.

Wir denken uns ein Stück eines sehr langen Kabels, wie es in Abb. 4 skizziert ist. Auf einer Kreiszylinderfläche von der Länge l cm mit dem Radius r fließt ein Wärmestrom Q_r , welcher seine Quellen in der Kupferwärme der Kabelseele und in den dielektrischen Verlusten zwischen r und r_i hat. Die Kabelseele soll keine Wärme axial ableiten, was für lange Stücke zutrifft. Die Temperatur der Kabelseele sei ϑ_i , des Kabelmantels ϑ_a .

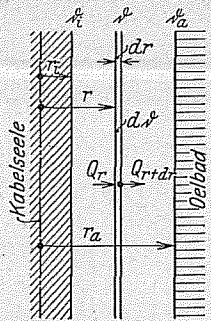


Abb. 4. Elektrisch beanspruchtes Kabelstück.

Gl. (1) liefert wieder einen ersten Zusammenhang zwischen Temperaturgefälle und Wärmefluß, welcher sich wie folgt schreiben läßt:

$$Q_r = -\lambda \cdot 2\pi r l \cdot \frac{d\vartheta}{dr} \dots (19)$$

Das zweite Gesetz über den Zusammenhang zwischen Wärmefluß und Wärmequellen sagt:

$$\frac{dQ_r}{dr} \cdot dr = 2\pi r l \cdot dr \cdot \eta_2 = 2\pi r l \cdot dr \cdot \bar{p}_0 \cdot e^{\beta \vartheta} \bar{\epsilon}_i^n \dots (20)$$

Nach unseren Voraussetzungen soll die Spannungsverteilung von der Temperatur unabhängig sein, also gilt:

$$\bar{\epsilon}_r = \frac{E}{r \ln \left(\frac{r_a}{r_i} \right)}$$

Aus den drei letzten Gleichungen folgt durch Elimination des Wärmeflusses die Differentialgleichung für die Temperatur:

$$\begin{aligned} -\lambda \cdot \frac{d}{dr} \left(r \frac{d\vartheta}{dr} \right) &= \bar{p}_0 r \cdot e^{\beta \vartheta} \cdot \left(\frac{E}{r \ln \left(\frac{r_a}{r_i} \right)} \right)^n \\ &= \bar{p}_0 \left(\frac{E}{\ln \left(\frac{r_a}{r_i} \right)} \right)^n \cdot e^{\beta \vartheta} \cdot r^{1-n} \end{aligned}$$

oder

$$r^{n-1} \cdot \frac{d}{dr} \left(r \frac{d\vartheta}{dr} \right) = - \frac{\bar{p}_0}{\lambda} \left(\frac{E}{\ln \left(\frac{r_a}{r_i} \right)} \right)^n \cdot e^{\beta \vartheta} \dots (21)$$

Diese Gleichung läßt sich im Fall $n=2$ (Verluste proportional dem Quadrat der Feldstärke) einfach lösen. Wir rechnen nur diesen Fall. Dann gilt:

$$\frac{r d\vartheta}{dr} \cdot d \left(\frac{r d\vartheta}{dr} \right) = - \frac{\bar{p}_0}{\lambda} \left(\frac{E}{\ln \left(\frac{r_a}{r_i} \right)} \right)^2 \cdot e^{\beta \vartheta} \cdot d\vartheta$$

oder

$$\left(\frac{r}{r_i} \frac{d\vartheta}{dr} \right) \cdot d \left(\frac{r}{r_i} \frac{d\vartheta}{dr} \right) = - \left(\frac{\bar{p}_0 \bar{\epsilon}_i^2}{\lambda} \right) \cdot e^{\beta \vartheta} \cdot d\vartheta \dots (22)$$

Auf eine ganz analoge Form können wir die frühere Gl. (4) bringen:

$$\frac{d^2 \vartheta}{dx^2} \cdot d\vartheta = \frac{d\vartheta}{dx} \cdot d \left(\frac{d\vartheta}{dx} \right) = - \left(\frac{\bar{p}_0 \bar{\epsilon}_i^2}{\lambda} \right) \cdot e^{\beta \vartheta} \cdot d\vartheta$$

Wir übernehmen also die Lösung von früher und schreiben:

$$\left(\frac{r}{r_i} \frac{d\vartheta}{dr} \right) = \pm \sqrt{\frac{2 \bar{p}_0 \bar{\epsilon}_i^2}{\lambda} \cdot \sqrt{C_2 - e^{\beta \vartheta}}} \dots (23)$$

Die Integrationskonstante C_2 bestimmt sich aus dem Temperaturgradienten an der Kabelseele. Es gilt:

$$\text{für } r=r_i: \left(\frac{d\vartheta}{dr} \right)_{r_i} = \left(\frac{d\vartheta_K}{dr} \right)_{r_i} \text{ und } \vartheta = \vartheta_i$$

Damit tritt an Stelle von Gl. (6) die folgende

$$\begin{aligned} \left(\frac{r}{r_i} \frac{d\vartheta}{dr} \right) &= \frac{d\vartheta}{r_i d(\ln r)} \\ &= \bar{\epsilon}_i \sqrt{\frac{2 \bar{p}_0}{\beta \lambda}} \sqrt{e^{\beta \vartheta_i} + \frac{\beta \lambda}{2 \bar{p}_0 \bar{\epsilon}_i^2} \left(\frac{d\vartheta_K}{dr} \right)_{r_i}^2} - e^{\beta \vartheta} \end{aligned} \quad (24)$$

und wir erhalten analog zu Gl. (7)

$$\begin{aligned} r_i \bar{\epsilon}_i \ln \left(\frac{r}{r_i} \right) &= \sqrt{\frac{\lambda}{2 \bar{p}_0 \beta}} \cdot \frac{1}{\sqrt{z}} \\ &\times \ln \left\{ \frac{(\sqrt{z} + \sqrt{z-c})(\sqrt{z} - \sqrt{k})}{(\sqrt{z} - \sqrt{z-c})(\sqrt{z} + \sqrt{k})} \right\} \end{aligned} \quad (25)$$

dabei wird für $r=r_i$ auch $\vartheta = \vartheta_i$.

Die Bedeutung der Größen z , c und k siehe in Gl. (9).

Den Ausdruck $\frac{\beta \lambda}{2 \bar{p}_0 \bar{\epsilon}_i^2} \left(\frac{d\vartheta_K}{dr} \right)_{r_i}^2$ können wir umformen; es ist

$$\frac{\beta \lambda}{2 \bar{p}_0 \bar{\epsilon}_i^2} \left(\frac{d\vartheta_K}{dr} \right)_{r_i}^2 = \frac{\beta \lambda}{2 \bar{p}_0} \left(\frac{\Delta \vartheta_K}{E} \right)^2$$

Diesen Wert haben wir bereits in den Gl. (9) als Größe $\bar{k}$ eingeführt. Denn da das elektrische Feld und die thermische Strömung der „Kupferwärme“ dasselbe Kraftflußgesetz und dieselben Randbedingungen erfüllen, gilt:

$$\frac{1}{\bar{\epsilon}_i} \cdot \left(\frac{d\vartheta_K}{dr} \right)_{r_i} = \left(\frac{d\vartheta_K}{dr} \right)_{r_i} = \frac{\Delta \vartheta_K}{E}$$

Somit erhalten wir für die Gesamtspannung des Kabels folgende Parameterdarstellung:

$$\begin{aligned} \bar{\epsilon}_i r_i \ln \left(\frac{r_a}{r_i} \right) &= E = \sqrt{\frac{\lambda}{2 \bar{p}_a \beta}} \cdot \frac{1}{\sqrt{v + \frac{c}{k}}} \\ &\times \ln \left\{ \frac{(\sqrt{v + \frac{c}{k}} + \sqrt{v + \frac{c}{k} - 1})(\sqrt{v + \frac{c}{k}} - \sqrt{\frac{k}{c}})}{(\sqrt{v + \frac{c}{k}} - \sqrt{v + \frac{c}{k} - 1})(\sqrt{v + \frac{c}{k}} + \sqrt{\frac{k}{c}})} \right\} \end{aligned} \quad (26)$$

$$E = \beta \cdot \Delta \vartheta_K \sqrt{\frac{\lambda}{2 \bar{p}_a \beta}} \sqrt{\frac{c}{k}}$$

Dabei sind genau dieselben Abkürzungen benutzt, wie in der Gl. (9) angegeben.

Wie man sieht, ist die Gl. (26) für die Spannung des Kabels genau identisch mit der entsprechenden Gl. (8) der Platte mit einseitiger Wärmeableitung. Das Kabel verhält sich daher genau gleich wie die Platte; für alle Ergebnisse kann auf die Gl. (14) bis (18) verwiesen werden.

Besonderes Interesse hat hier die Frage nach der Verminderung der dauernd zulässigen Spannung von Hochspannungskabeln durch die Stromwärme in der Kabelseele. Die von uns sowie von anderen Autoren gemessenen Werte von β für Kabelisolationen liegen bei etwa 0,01 bis 0,04⁹⁾.

Rechnen wir mit den heutigen Normen des VDE, welche 25° Übertemperatur von der „Kupferwärme“ zulassen, so ergibt sich für ein Material mit bestimmter Temperaturabhängigkeit β die folgende Verminderung der zulässigen Spannung (Zahlentafel 2).

Zahlentafel 2.

β	$\beta \cdot \Delta \vartheta_K$	Prozentuale Verminderung der zulässigen Spannung des normal belasteten gegenüber dem leerlaufenden Kabel
0,01	0,25	8,5 %
0,02	0,50	16,5 "
0,03	0,75	24 "
0,05	1,25	37 "

Das normal belastete Hochspannungskabel wird also nach dieser Theorie je nach der Temperaturabhängigkeit β seines Materials im Dauerbetrieb etwa 8 bis 30 % weniger Spannung halten als bei Leerlauf. Diese Zahlen erheben nicht Anspruch auf absolute Genauigkeit, da wir für die Rechnung eine konstant gehaltene Temperatur des Kabelmantels vorausgesetzt haben. Praktisch steigt diese jedoch

⁹⁾ A. F. Bang und H. C. Louis, The influence of dielectric losses on the rating of high tension underground cables, J. Am. Inst. El. Eng. 1917. D. W. Roper, Dielectric losses and stresses in relation to cable failures, J. Am. Inst. El. Eng. 1922. D. W. Roper, Testing high tension impregnated-paperinsulated, lead-covered cables, J. Am. Inst. El. Eng. 1925.

mit höheren Verlusten. Daher wird die Verminderung der dauernd zulässigen Spannung noch etwas höher sein als angegeben. Bei höheren Außentemperaturen kann auch die Leitfähigkeit des Isoliermaterials bereits einen Einfluß haben auf die Spannungsverteilung, wodurch die inneren, heißen Schichten von Spannung und Verlusten entlastet werden, was andererseits eine Erhöhung der zulässigen Spannung zur Folge hat.

Nachdem die im Hochspannungslaboratorium von Brown Boveri & Cie., Baden, vorgenommenen Versuche die Wichtigkeit des Wärmegleichgewichts technischer Isolierstoffe für den Fall ohne zusätzliche „Kupferwärme“ erwiesen haben, wäre es wertvoll, durch weitere Dauer- versuche, womöglich bei erhöhter Temperatur, Aufschluß zu erhalten, wie weit die Voraussetzungen der obigen Theorie praktisch zulässig sind.

RUNDSCHAU.

Elektromaschinenbau.

Einankerumformer zum stufenlosen Regeln und Reversieren. — Ing. Rudolf Meller berichtet über einen neuen Drehfeldumformer ohne Ständererregung, welcher von einem doppelt gespeisten Induktionsmotor synchron angetrieben wird (vgl. DRP. Nr. 402 858). Ein besonders einfaches Anlaßverfahren dieser neuen Kombination von der primären Drehstromseite aus wird beschrieben, das zwei asynchrone Anlaufstufen enthält. Durch Verdrehung des Induktionsmotorstators wird weitestgehende sekundäre Spannungsregelung vom positiven Maximum durch Null hindurch bis zum negativen Maximum erzielt. Die Gleichstrombürsten werden dabei vorwiegend in eine solche relative Lage zum stillgesetzten Umformer-Leerlauf- feld gebracht, daß das bei Belastung entstehende Gleichstrom-Ankerfeld dieses Leerlauffeld unterstützt und dadurch die Primärseite von der Aufnahme nachteiliger Magnetisierungsströme entlastet bzw. sogar zu voreilen- der Stromaufnahme veranlaßt. Durch die feste Bürstenlage wird die konstruktive Zuordnung feststehender Wendefelder möglich. Eine am Ständer angeordnete Kompensationswicklung deformiert das dreieckige Gleichstrom-Ankerfeld in ein sinusförmiges, so daß im Luftspalt nur Sinusfelder auftreten (vgl. Ö. P. Nr. 96 980). Die vektorielle Felderzusammensetzung führt auf ein Strömediagramm nach Abb. 1. Hierin stellt

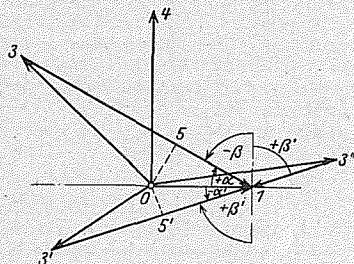


Abb. 1. Felder- und Strömediagramm.

Vektor $\overline{0,1}$ das Umformer-Leerlauf- feld bzw. $\frac{m}{2\sqrt{2}} J_{m\infty}$ dar,

„ $\overline{3,1}$ „ Gleichstrom-Ankerfeld bzw. $J_{=}$,

„ $\overline{0,3}$ „ Wechselstrom-Ankerfeld bzw. $\frac{m}{2\sqrt{2}} J_{\infty}$,

„ $\overline{0,4}$ den primären Spannungsvektor,

$\angle \alpha$ den elektrischen Verdrehungswinkel des Gleichstrom-Ankerfeldes aus der Nullspannungslage,

wobei m die Phasenzahl bedeutet,

$J_{=}$ „ den sekundären Gleichstrom,

J_{∞} „ primären Schleifringstrom,

$J_{m\infty}$ „ „ Magnetisierungsstrom bei Annahme eines allseitig gleich großen Luftspaltes.

Strömedreieck $\overline{0,1,3}$ gilt für Stromabgabe an einen Kranhubmotor-Anker beim Heben,

Strömedreieck $\overline{0,1,3'}$ gilt für Stromabgabe an einen Kranhubmotor-Anker beim Senken,

Strömedreieck $\overline{0,1,3''}$ gilt für Stromabgabe an einen Kranhubmotor-Anker beim Senken mit Kraft.

Wird ferner die höchstmögliche Sekundärspannung mit $E'_{=}$ und die geregelte Sekundärspannung mit E'_{∞} bezeichnet, so gilt $E'_{=} = E_{=} \sin \alpha$, prop. 0,5. Ein um 90° elektrisch versetzter Bürstensenstanz ergibt eine zugleich geregelte Sekundärspannung $E'_{\infty} = E_{\infty} \cos \alpha$. Von einem solchen Bürstensenstanz kann das Feld des zu steuernden Motors gespeist werden und ist die Hubmotor-Drehzahl dann $n = k \tan \alpha$, wenn k eine Motorkonstante darstellt und die Eisenpfade nicht gesättigt sind. Für 50 % Feldstromschwächung wird $\alpha = 60^\circ$ und die höchste Spannung im Ankerstromkreis $0,866 E_{=}$. Abb. 2 zeigt eine solche stehende Umformertypen der Oberösterreichischen Elektrobau A. G., Linz a. d. D., für einen 15 PS-Kranhubmotor und

220 V Drehstrom, 50 Per/s. Sie kann im Führerkorb mitgeführt und wie ein Kontrollier bedient werden. Die totale Umformerhöhe beträgt 970 mm und das Totalgewicht 360 kg. Es wurde eine Regelfähigkeit 1 : 32 festgestellt.

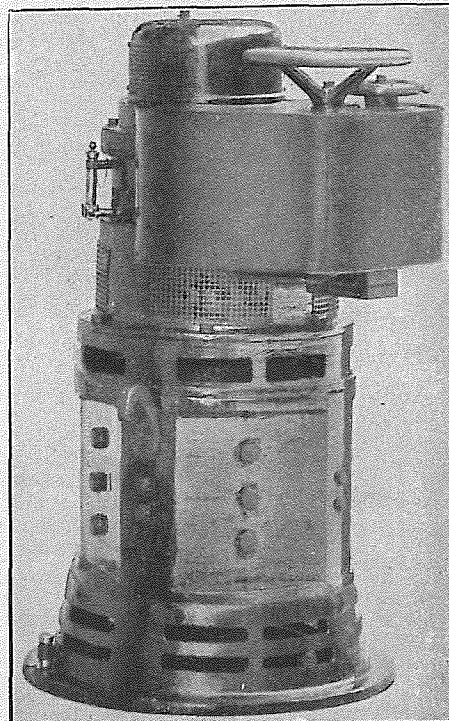


Abb. 2. 13 kW-Drehstrom-Gleichstrom-Kranumformer.

Der Verfasser empfiehlt diesen Umformer an Stelle von Ward-Leonard-Sätzen und gibt an, daß die Remanenz keinerlei schädliche Einflüsse auf die Regelbarkeit um die Nullage herum auszuüben vermag, und daß stoßweise Überlastungen vom Umformer bei jeder Regellage leicht ertragen werden, ohne die eingestellte Sekundärspannung wesentlich zu ändern. (El. u. Maschinenb., Bd. 44, S. 169.) Me.

Apparatebau.

Überwachungseinrichtungen für Transformatoren. — Für das Spullerseeewerk in Danöfen am Arlberg wurde kürzlich vom Wiener Werk der Siemens & Halske A. G. eine Gefahrmeldeanlage geliefert. Sie dient dazu, eine unzulässige Erwärmung des Öles und des Kühlwassers der Transformatoren, veranlaßt durch Kurzschlüsse und Überlastungen, so rechtzeitig zu melden, daß die Störung rechtzeitig erkannt und beseitigt werden kann, ehe größerer Schaden entstanden ist oder gar der Bahnbetrieb lahmgelegt wird. Zunächst ist eine Fernthermometeranlage vorhanden, mit der die Öltemperatur an 14 Meßstellen gemessen wird. In der Mitte der im Bedienungsraum aufgestellten Standschalttafel (Abb. 3) sind Anzeigergerät sowie in entsprechender Zahl Drucktasten für das Einschalten der einzelnen Meßstellen untergebracht. Ferner sind Gefahrmelder nach Art der bekannten selbsttätigen Feuermelder verwandt, die in die Ölkästen und Kühlbottiche eingebaut sind. Es sind 30 Melde- schleifen vorhanden, die im Kraftwerk hintereinandergeschaltet sind und dauernd von einem Ruhestrom von