

**Ueber den Verlauf der von Gewittern auf
zwei Mittelspannungsleitungen erzeugten
elektrischen Spannungen
nach Beobachtungen im Sommer 1928**



Von der

**Eidgenössischen Technischen Hochschule
in Zürich**

zur Erlangung der

Würde eines Doktors der technischen Wissenschaften

genehmigte

No. 566

Promotionsarbeit

vorgelegt von

Karl Berger aus Salez-Sennwald

Referent: Herr Prof. Dr. K. Kuhlmann

Korreferent: Herr Prof. Dr. P. Scherrer

Zürich 1930

Fachschriften-Verlag & Buchdruckerei A.-G.

Lebenslauf

Ich wurde geboren am 30. November 1898 in Balgach, einem Dorf des St. Gallischen Rheintals. Im Jahre 1904 siedelten meine Eltern nach St. Gallen über, wo ich die Primarschule und die Kantonsschule besuchte. Im Herbst 1917 kam ich zum Studium der Elektrotechnik an die Eidgenössische Technische Hochschule in Zürich. Die Grippe riss einen mehr als einjährigen Unterbruch ins Studium. Nach erworbener Werkstättepraxis und weiterer Betätigung beim Bau eines Kraftwerkes und beim Betrieb eines Gemeinde-Elektrizitätswerkes erhielt ich das Diplom als Elektro-Ingenieur im Frühjahr 1923. Nach der anschliessenden dreieinhalbjährigen Praxis im Hochspannungsversuchslokal der Firma Brown, Boveri & Cie., wo an der Verbesserung von Hochspannungsisolatoren, Ölschaltern und Relais, sowie an der Aufklärung von Störungserscheinungen in Hochspannungsnetzen gearbeitet wurde, betraute mich der Schweizerische Elektrotechnische Verein mit der Entwicklung eines für Netzversuche geeigneten Kathodenstrahl-Oszillographen, sowie mit der Durchführung von Untersuchungen über Störungen in elektrischen Anlagen mittels dieses Oszillographen. Die vorliegende Arbeit enthält die erste derartige Untersuchung.

Karl Berger

.....
.....
.....

Meinen
lieben Eltern gewidmet

.....
.....
.....

.....
.....
.....

Inhaltsverzeichnis.

		Seite
I. Kapitel.	Einleitung	5
II. Kapitel.	Leistungsdaten	5
	a) Geographische Lage.	
	b) Querprofile.	
	c) Die elektrischen Konstanten der 1200 V-Fahrleitung.	
III. Kapitel.	Messeinrichtung	9
	a) Anschluss und Spannungsteilung.	
	b) Der Kathodenstrahloszillograph.	
	c) Theorie der Messgenauigkeit mit der verwendeten Spannungsteilung.	
	1. Die Abbildung steiler Wellen.	
	2. Verminderung der Gewitterspannungshöhe infolge der Ableitung über den Messwiderstand.	
IV. Kapitel.	Tabelle der gegebenen Oszillogramme	33
V. Kapitel.	Erläuterungen zu den Oszillogrammen	38
	a) Zeitmasstab.	
	b) Spannungsmasstab.	
	c) Mehrfache Eichlinie.	
	d) Wanderwellenschwingung der 1200 V-Fahrleitung.	
	e) Aufgenommenes Zeitintervall.	
	f) Mehrfache Aufnahmen.	
	g) Oszillogramme mit zwei Zeitmasstäben.	
VI. Kapitel.	Diskussion der Oszillogramme	43
	a) Dauer des Gesamtblitzes.	
	b) Wanderwellencharakter der Einzelspannungskurven.	
	c) Form der Wanderwellen.	
	d) Steilheit der Wanderwellen.	
	e) Blitzfrequenz.	
	f) Stossfrequenz.	
	g) Rel. langsamer Spannungsanstieg, Dauer der Teilblitze.	
	h) Polarität der Gewitterspannungen.	
	i) Gewitterspannungen während des Bahnbetriebes.	
	k) Zwei besondere Oszillogramme.	
VII. Kapitel.	Rückschlüsse auf den Blitzvorgang	51
	a) Blitzbilder von Rood, Schmidt und Walter.	
	b) Elektrische Strömung in der Blitzbahn.	
	c) Blitzbildung nach Töpler und Simpson.	
	d) Vergleich mit den Oszillogrammen.	
	1. Mehrere Teilblitze eines Gesamtschlages.	
	2. Dauer der Teilblitze.	
	3. Form der durch einen Teilblitz erzeugten Spannung.	
	4. Dauer des Elementarstosses (Elementarfunkens).	
	5. Folgerung einer Wachstumsgeschwindigkeit des Blitzes von ca.10000 km/s.	
	6. Widerstand des sichtbaren Blitzkanals.	
	e) Erklärung der Oszillogramme aus der gewonnenen Anschauung vom Blitzvorgang.	
	f) Beweis der ausschliesslichen Spannungsentstehung durch elektrische Influenz.	
	g) Besonders gefährliche und direkte Blitzschläge.	
VIII. Kapitel.	Vergleich mit andern Gewitterspannungsmessungen	58
	a) De Blois, Amerika.	
	b) Studiengesellschaft für Höchstspannungsanlagen.	
	c) Norinder, Schweden.	
	d) Gewittermessungen am Monte Generoso bei Lugano (Schweiz).	
	e) Neueste Messungen in Amerika.	
	f) Heyne, Dresden.	
IX. Kapitel.	Folgerungen bezüglich des Schutzes von elektrischen Anlagen gegen Gewitterspannungen	60
	a) Anwendungsbereich.	
	b) Häufigste Gewitterspannungen kleiner Höhe.	
	c) 1. Beispiel: 1200 V-Gleichrichteranlage.	
	d) 2. Beispiel: Sekundärnetz.	
	e) Möglichkeit der Hochtransformierung dieser Gewitterspannungen.	
	f) Hohe, seltene Gewitterspannungen, Ausblick.	

Ueber den Verlauf der von Gewittern auf zwei Mittelspannungsleitungen erzeugten elektrischen Spannungen, nach Beobachtungen im Sommer 1928.

Kapitel I. Einleitung.

Im Herbst 1926 hat der Schweizerische Elektrotechnische Verein (S.E.V.) in Erkenntnis der praktischen Wichtigkeit der Gewitterstörungen in elektrischen Anlagen die experimentelle Erforschung des Verlaufes von Gewitterspannungen auf elektrischen Leitungen anhand genommen durch den Ankauf eines Dufourschen Kathodenstrahl-Oszillographen. Da dieser Apparat jedoch die Durchführung der beabsichtigten Messungen nicht ohne weiteres gestattet, musste er zunächst umgebaut werden. Diese Aufgabe, sowie die Durchführung von Gewitterspannungsmessungen und anderer Störungsuntersuchungen in elektrischen Anlagen wurden mir vom S. E. V. übertragen. Die vorliegende Arbeit enthält die ersten im Laufe des Sommers 1928 in zwei Mittelspannungsnetzen durchgeführten Gewittermessungen, die mit Hilfe des umgebauten Kathodenstrahl-Oszillographen möglich wurden. Den Direktionen der beiden Betriebe, welche ihre Netze und die nötigen Räume für die Versuche zur Verfügung stellten, sei auch hier bestens gedankt. Das erste Netz bestand in der Fahrleitung der Forchbahn von Zürich-Rehalp über die Forch nach Esslingen; Betriebsspannung 1200 V Gleichstrom. Der zweite Anschluss erfasste die Drehstrom-Speiseleitung der Forchbahn; sie gehört den Elektrizitätswerken des Kantons Zürich (E.K.Z.) und wird mit 8 kV betrieben.

Ueberdies bin ich dem Depotpersonal der Forchbahn zu Dank verpflichtet für die Mithilfe bei den Gewittermessungen, wie auch bei der Durchführung von andern Netzversuchen zur Erklärung der Gewitter-Oszillogramme.

Kapitel II. Leitungsdaten.

a) **Geographische Lage.** Die Lage der beiden Leitungsnetze, an welchen die Messungen vorgenommen wurden, ist in den Fig. 1 und 2 dargestellt. Es betrifft dies erstens die 1200 V-Fahrleitung der Forchbahn (F.B.), die von Zürich-Rehalp über das Hügelgelände des rechtsseitigen Zürichseeufers mit dem Höhepunkt Forch nach dem Zürcher Oberland zur Endstation Esslingen führt. — Höhe über Meer, sowie andere Einzelheiten können dem Kärtchen entnommen werden. Der Boden besteht fast ausschliesslich aus Wiesen mit Obstbäumen, daneben einigen Tannenwäldern. Geologisch gilt der ganze Hügelzug als eine Seitenmoräne des Linthgletschers. Der Südabhang gegen den Zürichsee ist wesentlich quellenreicher als der Nordabhang. Hoher Grundwasserspiegel kommt in diesem Gebiet wesentlich nur an einer Stelle vor, nämlich in der Mulde südwestlich des Stationsgebäudes Forch, im sogenannten Riet; in kleinerem Mass ferner in einem schmalen Strich längs der Bahn zwischen den Orten Zollikerberg und Waltikon.

Fahrleitungslängen	{	Strecke Forch-Rehalp	= 6,5 km
		Strecke Forch-Esslingen	= 6,8 km.

Das zweite Netz gehört den Elektrizitätswerken des Kantons Zürich (E.K.Z.); es bildet jenen Teil des 8 kV-Verteilnetzes, der hauptsächlich die Ortschaften des

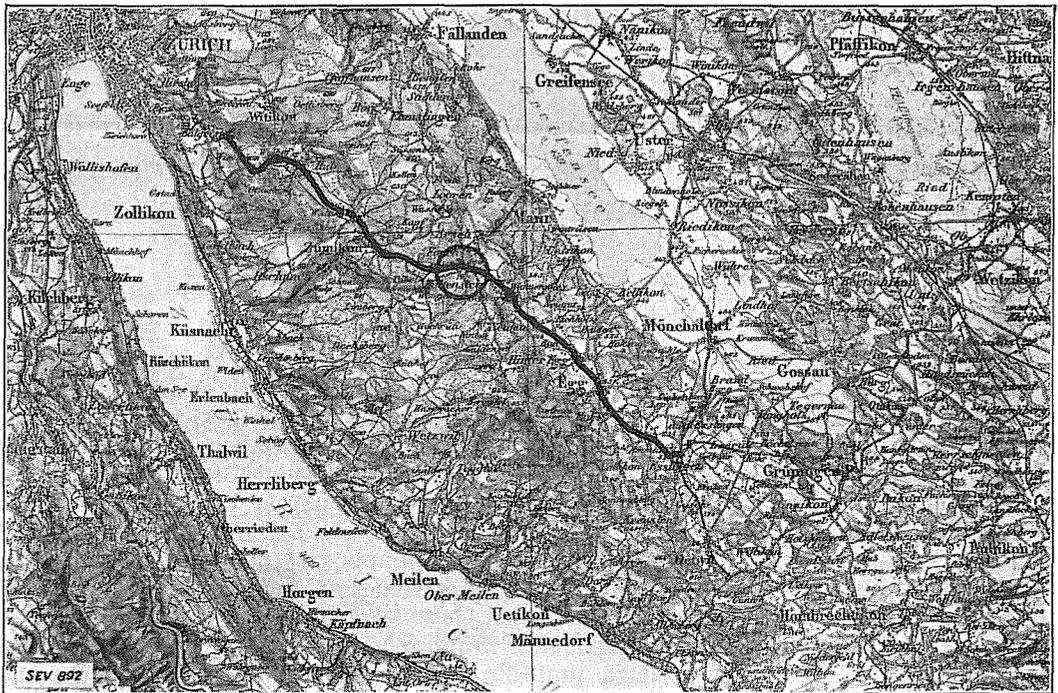


Fig. 1.
Geographische Lage der Forchbahn-Fahrleitung.
Repr. mit Bewilligung der Eidg. Landestopographie vom 9. II. 1929.

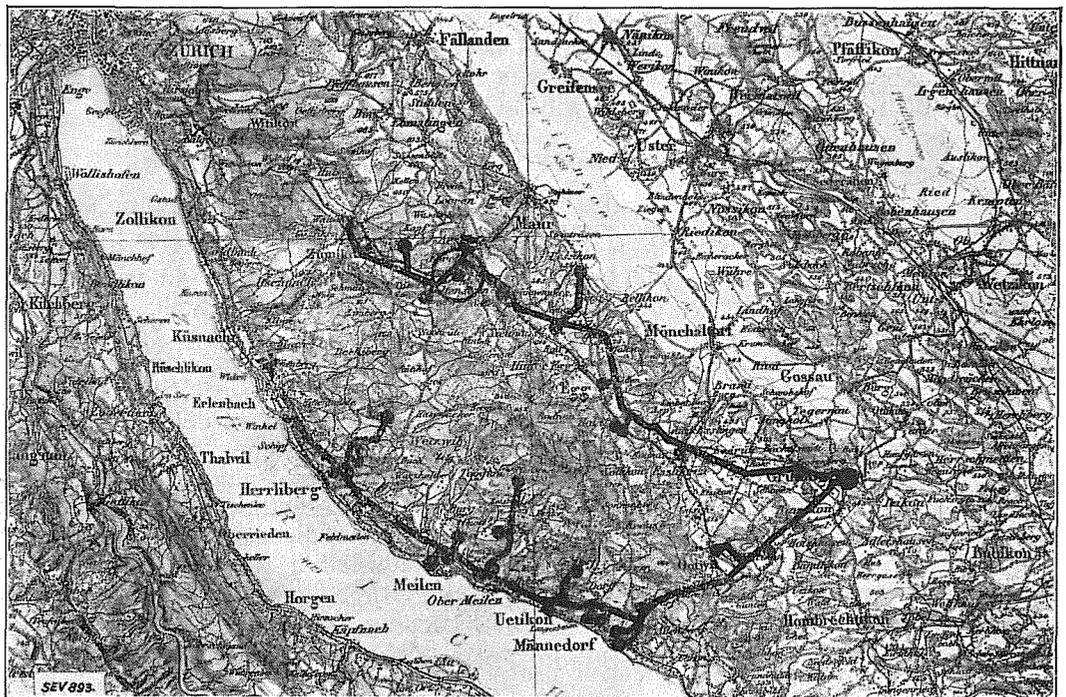


Fig. 2.
Geographische Lage der 8 kV-Speiseleitung.
Repr. mit Bewilligung der Eidg. Landestopographie vom 9. II. 1929.

beschriebenen Hugelzuges mit Energie versorgt, und zwar von der Transformatorstation Grüningen aus, welche in einer Ebene mit hohem Grundwasserspiegel gelegen ist.

Die 8 kV-Leitung ist naturgemäss stark verzweigt und enthält viele kleine Transformatorstationen für Verbraucherspannung. Gesamtlänge des zusammengehangten Netzes mit Speisepunkt Grüningen ca. 45 km.

b) Die **Querprofile** der beiden Leitungen sind aus den Fig. 3 und 4 ersichtlich.

Die *Fahrleitung der Forchbahn* (Fig. 3) besteht aus zwei parallelen Kupferprofildrahnen, je 11 mm Durchmesser, in 6,5 m mittlerer Höhe über dem Boden. Die Bahn ist einspurig. Abstand beider Drahne auf freier Bahn = 10 cm, auf den Stationen mehr, entsprechend der Distanz der Ausweichgeleise. Die Aufhängung des Fahrdrahtes an die Querdrahne geschieht mit Hilfe der gewöhnlichen Hartgummiisolierringe, wie sie bei Trambahnen verwendet werden. Die Querdrahne sind abgespannt mit Porzellanrillenisolatoren, entweder an den hölzernen Masten und deren Auslegern oder an passenden Häusern. Das Holzgestange wird zugleich benutzt für das Bahntelephon, auf kurze Strecken auch für die Strassenbeleuchtung.

Der *Tragmast der 8 kV-Leitungen* der E. K. Z. geht aus Fig. 4 hervor. Die Leitung liegt auf Holzmasten, durchschnittlich ca. 9 m über Boden. Phase „rot“ ist zu oberst, dann folgt „grün“ und unten „blau“. Drahtdurchmesser meistens 5,5 mm, entsprechend 25 mm² Querschnitt. Drahtabstand 700 resp. 800 mm.

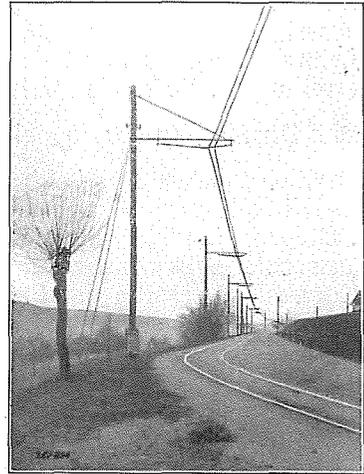


Fig. 3.
Querprofil der Forchbahn-Fahrleitung.

c) Die **elektrischen Konstanten der 1200 V-Fahrleitung**. Unter Zugrundelegung der erwähnten Leitungsprofile ergeben sich folgende Werte:

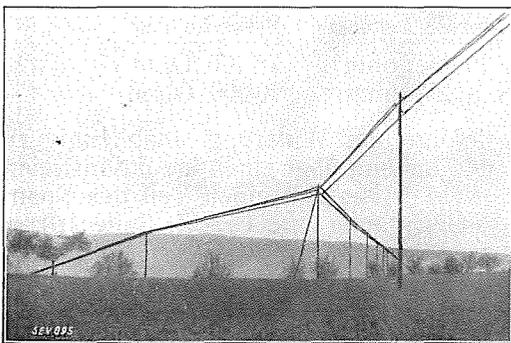


Fig. 4.
Bild der 8 kV-Speiseleitung E. K. Z.

1. *Widerstand* pro km Schleife (Geleise als Rückleitung) ca. 0,2 Ohm. Die Messung mit Gleichstrom bestätigte diesen Wert.

2. *Kapazität* Fahrleitung - Erde¹⁾ $C = 0,0088$ F/km. Auch dieser Wert wurde durch Messung kontrolliert.

3. *Induktivität* der Schleife Fahrleitung - Erde¹⁾ $L_0 = 1,26$ mH/km. Dabei ist das Innenfeld in den Leitern (Fahrdraht, Erde und Schiene) vernachlässigt, d. h. alle drei sind als vollkommene Leiter betrachtet. Dieser Wert kann daher nur als erste Näherung gelten; da er frequenzabhängig ist, wurde er nicht gemessen, sondern an seiner Stelle die Wellengeschwindigkeit auf der Leitung bestimmt.

$$\left. \begin{aligned} 1) C/\text{km} &= \frac{\epsilon}{9 \cdot \ln \left(\frac{4 h^2}{r \cdot d} \right)} \dots \dots \mu\text{F}/\text{km} \\ L_0/\text{km} &= 10^{-4} \cdot \ln \left(\frac{4 h^2}{r \cdot d} \right) \dots \dots \text{H}/\text{km} \end{aligned} \right\}$$

ϵ = Dielektrizitätskonstante der Luft = 1
 h = Leitungshohe über Boden in cm
 r = Drahtradius in cm
 d = Distanz beider Fahrleitungsdrahne in cm

4. Die *Wanderwellengeschwindigkeit* v längs einer Leitung ist bekanntlich gleich der Lichtgeschwindigkeit, d. h. 300 000 km/s, sofern das Dielektrikum die Dielektrizitätskonstante $\epsilon = 1$ und die Permeabilität $\mu = 1$ und alle Leiter sehr grosse Leitfähigkeit besitzen. Diese Voraussetzungen treffen infolge der Eisenschienen und der Erde als Rückleitern nicht zu. Zur Berechnung von v dient uns am einfachsten die Periodendauer der freien Leitungsschwingung. Erteilt man der *beiderseits* offenen Leitung einen elektrischen Stoss, z. B. durch plötzliches Freigeben einer gebundenen Ladung (wie dies in ähnlicher Weise das Gewitter tut), so schwingt die Leitung derart, dass nach der Zeit, die ein Ladungselement zum Durchlaufen der doppelten Leitungslänge braucht, die Verteilung der Ladungen wieder den Anfangszustand erreicht hat. D. h. die Periodendauer der Leitungsschwingung T ist gleich der Zeit zum Durchlaufen der doppelten Leitungslänge L ; und daher $v = \frac{2L}{T}$. Aus den vielen Oszillogrammen ergibt sich die Periode T in erster Näherung zu $\frac{1}{19300}$ s. Die unvermeidliche Kapazität der Station Forch bewirkt eine Verzerrung der Form der Wanderwellenschwingung, die sich in einer scheinbaren Verlängerung der Periodendauer äussert. Die Berücksichtigung dieser Erscheinung geschah auf Grund nachträglicher Kurzschlussversuche der Fahrleitung. Es ergibt sich eine scheinbare Vergrößerung der Periodendauer von ca. 10 %. Rechnen wir im Mittel mit 9 % durch die Anlagekapazität vergrößerter Periodendauer, so wird $v = 1,09 \times 13,3 \times 19300 = 280\,000$ km/s. Die Wellenfortpflanzungsgeschwindigkeit ist also auf der Fahrleitung ca. 7% kleiner als die Lichtgeschwindigkeit. Da zwischen spezifischer Kapazität C , spezifischer Induktivität L und Fortpflanzungsgeschwindigkeit v ein Zusammenhang besteht, lässt sich aus dem gemessenen v der massgebende Wert L wie folgt rechnen:

$$\text{Es ist } v = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ und somit } L = \frac{1}{v^2 C} = \frac{1}{\frac{784}{900} v_0^2 \cdot C} = 1,147 \times L_0 = 1,445 \text{ mH/km.}$$

5. Der *Wellenwiderstand* der Leitung $Z = \sqrt{\frac{L}{C}} = 406 \text{ Ohm.}$

6. Der *Isolationswiderstand* der Fahrleitung gegen Erde (Ableitung) wurde gemessen bei 800 V Gleichspannung. Es ergaben sich bei ganz trockener und ganz nasser Leitung folgende Werte (Leitung allein):

	<u>Trockene Leitung</u>	<u>Nasse Leitung</u>
Leitung Forch-Rehalp	10 Megohm	75 000 Ohm
Leitung Forch-Esslingen . . .	ca. 5 Megohm	90 000 Ohm.

Um von diesen starken Schwankungen infolge der Witterung unabhängig zu sein, wurde bei den Messungen die betreffende Leitung über einen induktionsfreien Metallwiderstand von 100 000 Ohm geerdet, welcher zugleich einen Teil des Spannungsteilers bildete (siehe Anschluss der Messeinrichtung und Fig. 7, Seite 10).

7. Die *Ueberschlagsspannung* der Fahrleitung gegen Erde betrug bei den Versuchen: An der schwächsten Stelle der Anlage (Station Forch) ca. 6500 V; auf der Leitung („Blitzhörner“-Einstellung 4÷5 mm) ca. 15 000 V. Solche Hörnerfunkenstrecken ohne Vorschaltwiderstand sind in einem Abstand von je 1 km über die ganze Leitung verteilt.

Kapitel III. Die Messeinrichtung.

a) **Anschluss- und Spannungsteilung.** Alle Messungen wurden ausgeführt im Stationsgebäude Forch der Forchbahn, d. h. am höchsten Punkt der Leitungen. Fig. 5 zeigt das Gebäude von der Seite der 8 kV-Drehstromzuleitung aus (Südwestecke des Hauses). Fig. 6 stellt die Zuführung der 1200 V-Fahrleitungen (Richtung Zürich und Richtung Esslingen zur Station dar (Nordseite des Hauses). Es sind darin auf dem Dach des Wagendepots zwei Wasserstrahlableiter sichtbar, welche während der Dauer von Gewittern in Betrieb waren. Durch das Entgegenkommen der Forchbahn-Betriebsleitung wurde es möglich, mit Hilfe zweier Trenner diese Ableiter wahlweise anzuschliessen, so dass zu Zeiten, wo auf einer der beiden Teilstrecken keine Wagen fuhren, diese Strecke gänzlich ausser Spannung gesetzt und gegen Erde isoliert werden konnte. Die abgetrennte, spannungslose Leitung bildete somit eine Antenne, auf der jede andere Art der Spannungsentstehung als durch Gewitter ausgeschlossen war. Der Vergleich dieser reinen Gewitterspannungsmessungen mit denjenigen während des Betriebes (mit 1200 V mittlerer Fahrdrachtspannung und Wasserstrahlableiter) gestattet überdies einen wertvollen Vergleich.

Fig. 7 gibt ein Schema der Anlage und des Anschlusses der Messeinrichtung. Letzterer geschah an beiden Netzen mittels kombinierter Widerstandskondensatorspannungsteilung. Als Widerstände kamen zweilagige bifilare Manganinwiderstände zur Verwendung, die in den Werkstätten des SEV hergestellt wurden; als Kondensatoren solche aus Hartpapier der Firma Micafil in Altstetten/Zürich. Für rasche Spannungsvariationen besorgte die Kapazität durch die entstehenden Verschiebungsströme die Spannungsteilung; für langsame Aenderungen übernahmen die Widerstände diese Aufgabe. Durch passende Wahl der Grösse der nicht bezifferten Kondensatoren in Fig. 7 wurde mit Hilfe des Oszillographen und eines Hochfrequenzgenerators das gleiche Spannungsteilverhältnis für Widerstand und Kapazität eingestellt, und zwar mit angeschlossenem Messkabel und Oszillograph.

Fig. 8 zeigt den *Spannungsteiler in der 8 kV-Drehstromanlage*, der für eine Spannungsübersetzung 1 : 20 benutzt wurde. Er war zwischen Erde und Phase „rot“ angeschlossen, welche auf der Freileitung überall zu oberst liegt. Auf dem Kondensator rechts ist ein erster Belag sichtbar, der die Anstosskapazität zum Kipprelais bildete²⁾, während die zwei andern abgeschirmten Beläge zur Spannungsteilung benutzt waren. Die gesamte

Kapazität von ca. 150 cm vergrösserte nur unwesentlich die Anlagekapazität, so dass eine Verzerrung infolge der Messeinrichtung nicht zu erwarten war.

Ganz analog war die *Spannungsteilung für den Anschluss der 1200 V-Gleichstromfahrleitung* ausgeführt. Die Kapazität des Teilers wurde hier so gewählt, dass

²⁾ D. Gábor, Forschungshefte der Studiengesellschaft für Höchstspannungsanlagen, Heft 1, Sept. 1927.

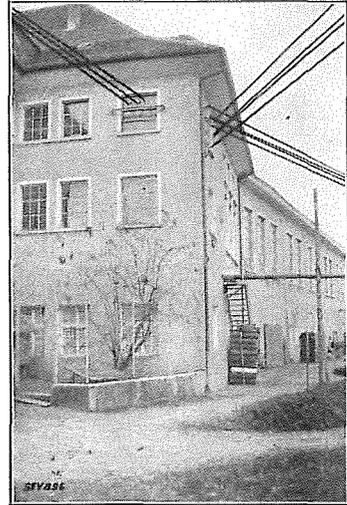


Fig. 5.
Stationsgebäude Forch, 8 kV-Einführung.

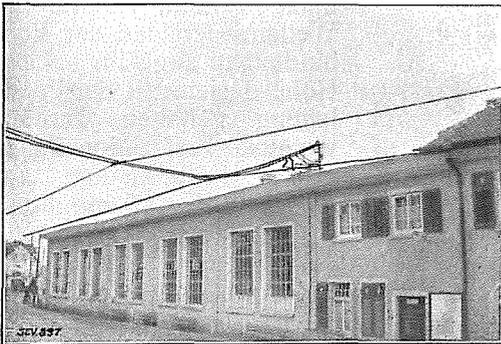


Fig. 6.
Stationsgebäude Forch, Fahrleitungsanschluss.

sie ungefähr der Wirkung eines einzelnen Transformators entsprach, so dass auftretende Wanderwellen derart verflacht wurden, wie wenn ein einzelner Transformator an Stelle der Spannungsteilung angeschlossen gewesen wäre. Der Zweck des Teilers bestand hier in der Fernhaltung der grossen Leistung vom Oszillographen bei Messungen während des Bahnbetriebes und in der Herstellung einer

witterungsunabhängigen Leitungserdung mit passender Ohmzahl bei Messungen an der ausser Betrieb befindlichen Leitung; bezüglich der Reduktion der Netzspannung für den Oszillographen (Uebersetzung 1:4) wäre sie nicht nötig gewesen.

Zum Schema der Fig. 7 ist überdies noch zu bemerken, dass die Anschlüsse an beide Netze möglichst kurz gewählt wurden. Die betriebsmässigen Zuführungsleiter (gummiisolierte Kupferseile ohne Metallmantel) zwischen Fahrleitung und Gleichstromsammelschiene sind je etwa 25 m lang. Die gesamte Länge des Messkabels vom Anschlusspunkt an diesen Zuführungsleitern bis zum Oszillograph betrug ca. 15 m. Dadurch, dass für diese Anschlüsse keine Kabel mit geerdetem Metallmantel benutzt wurden, konnte der Wellenwiderstand der Verbindungen ungefähr auf der Höhe desjenigen der Fahrleitung gehalten werden, wodurch zusätzliche Reflexionen (Verschlucken von Wanderwellen) möglichst verhindert sind. Sofern nur

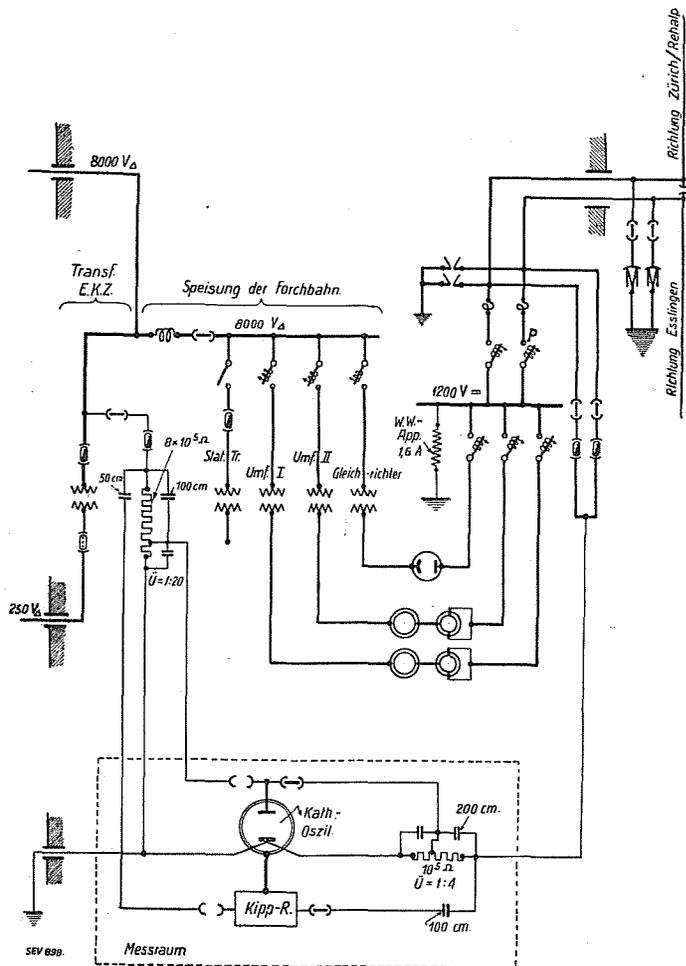


Fig. 7.

Schema der Umformeranlage Forch mit dem Anschluss der Messeinrichtung.

eine Fahrleitungshälfte (Richtung Zürich-Rehalp oder Esslingen) zur Messung angeschlossen war, stellt somit der Oszillograph (resp. die Spannungsteilung) ein offenes Leitungsende dar, wo die Reflexion der Welle eintritt (Forch ist Kopfstation). Sofern beide Leitungen Zürich-Rehalp und Esslingen zur Messung angeschaltet sind, stellt die Abzweigung zum Oszillograph die Mitte der gesamten Fahrleitung dar (Forch ist Durchgangsstation). Die Entfernung des Anschlusses des 8 kV-Netzes vom Oszillograph ist noch kleiner als beim 1200 V-Netz. Der Spannungsteiler stand senkrecht unter der Freileitungseinführung; seine Entfernung vom Oszillograph betrug ca. 10 m.

Die Anstossleitungen zum Kipprelais besaßen etwa gleiche Länge wie die Messleitungen. Eine Verzögerungsleitung zwischen Messtelle und Oszillograph wurde nicht benutzt, da sich zeigte, dass in den meisten Fällen der erste Spannungssprung, welcher die automatische Auslösung des Kipprelais und damit die Aufnahme-

tätigkeit des Oszillographen bewirkte, nicht wesentlich am Vorgang war. In den Oszillogrammen fehlt daher durchwegs die erste millionstel Sekunde des Vorganges infolge der Auslösezeit des Kipprelais. Diese Zeitstrecke wird in den Oszillo-

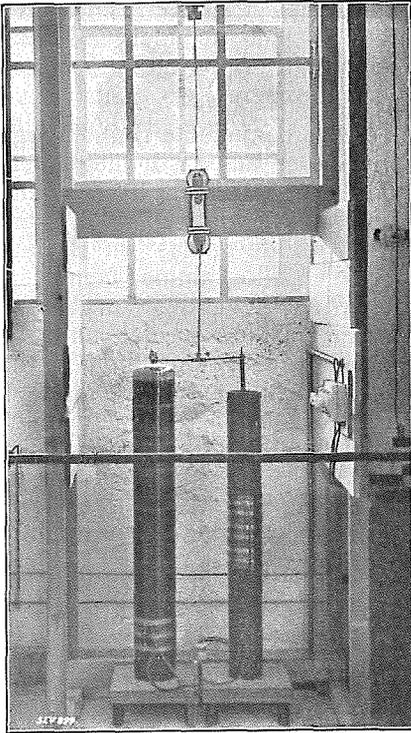


Fig. 8.
Spannungsteiler am 8 kV-Netz.

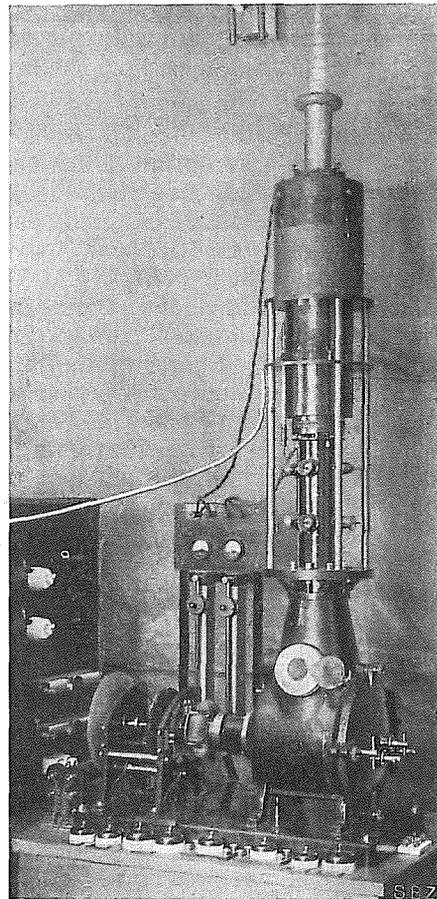


Fig. 10.
Bild des benutzten Kathodenstrahl-Oszillographen.

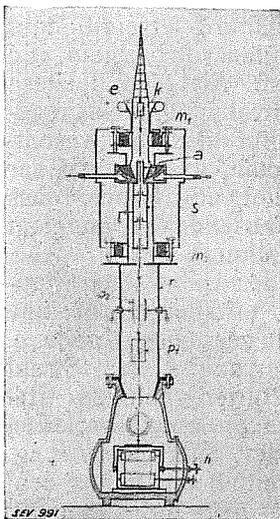


Fig. 9.
Schematische Darstellung des
Kathodenstrahl-Oszillographen.

grammen je nach dem Masstab durch 0,1 bis 1 mm der Zeitaxe dargestellt. Da der Vorgang auf der Leitung infolge der Reflexion an deren Enden stets einigemal wiederkehrt, wobei er allerdings die Form ändert, überzeugt man sich auch aus den Oszillogrammen davon, dass nichts Wesentliches in dieser ersten millionstel Sekunde verloren ging. Dabei darf man nicht vergessen, dass dem Verlust der ersten millionstel Sekunde ein Vorteil gegenübersteht, indem der Netzanschluss mittels möglichst kurzer Verbindungsleitungen die zusätzlichen Wanderwellenschwingungen auf den Anschlussleitungen innert der kürzesten Zeit abklingen lässt. Eine Verhinderung der Reflexion durch einen dem Wellenwiderstand gleichgemachten Ableitwiderstand nach Erde kam nicht in Frage, da der dazu erforderliche kleine Widerstandswert eine von praktischen Verhältnissen

stark abweichende Ableitung nach Erde ergeben hätte. Demgegenüber ist bei der benutzten Anschlusseinrichtung die Rückwirkung auf die zu messenden Vorgänge klein. Eine theoretische Betrachtung der Messgenauigkeit wird auf Seite 13 ff gegeben.

Als *Erdung für die Versuchseinrichtung* wurde eine separate Erdplatte ausser dem Gebäude benutzt, an der früher die Hörnerableiter des 8 kV-Netzes geerdet waren. Diese wurden während des Sommers abgetrennt, um keine unerwünschten Einflüsse über die Erdung befürchten zu müssen. Sämtliche Apparate waren an diese Erdung angeschlossen mit möglichst kurzen Verbindungen.

b) **Der Kathodenstrahl-Oszillograph.** Fig. 9 gibt eine schematische Darstellung, Fig. 10 eine Photographie des benutzten Oszillographen. Der aus rasch fliegenden Elektronen bestehende Kathodenstrahl wird im Entladerohr *e* erzeugt. Er geht von der Kathode *k* aus und passiert nach Durchlaufen eines magnetischen Konzentrierungsfeldes (Spule m_1) das Diaphragma in der Anode *a*, das im Brennpunkt der Spule m_1 liegt und den zur Zeichnung der Oszillogramme benutzten Strahl herausschneidet³⁾. Dieser kann in der unter der Anode liegenden Vorablenkammer oder Strahlspernung *s* zur Seite gelenkt werden, so dass er das unterste Diaphragma der Sperrung *s* nicht mehr passiert. Oder aber das Strahlenbündel tritt durch die verschiedenen Diaphragmen der Sperrung *s* hindurch in den eigentlichen Mess-Ablenkraum *r* ein. Das vom Anodendiaphragma herkommende Strahlenbündel wird durch die zweite Konzentrierungsspule m_2 auf den Beobachtungsschirm oder die photographische Schicht als Brennpunkt konzentriert. Das Ablenkplattenpaar p_1 dient normalerweise zum Anlegen der zu messenden Spannung, das obere dazu senkrecht gestellte Paar p_2 dagegen zum Anlegen einer linear mit der Zeit veränderlichen Hilfsspannung, wodurch der Strahlauftreffpunkt gleichmässig über den Schirm (resp. die Photoschicht) gelenkt wird. Man nennt das letztere die *Zeitaxenschreibung* („Balayage“).

Die im Entladerohr *e* entstehende Wärme wird durch ein dickwandiges Kupferrohr zur Anode geleitet und kann von dort mittels einer Wasserkühlung von Zeit zu Zeit oder stetig abgeführt werden. Um das Strahlenbündel möglichst auszunützen, muss es durch alle Diaphragmen hindurchtreffen. Zu diesem Zweck kann das Entladerohr *e* mittels eines Kugelgelenks um das Anodendiaphragma gedreht werden.

Der Druck im Entladerohr beträgt ca. 0,01 mm Quecksilbersäule. Er ist erforderlich zur Erzeugung des intensivsten Kathodenstrahlenbündels. Im Ablenkrohr *r* ist das Vakuum wesentlich höher. Dies wird nach Gábor dadurch erreicht, dass man beständig ein wenig Luft durch eine Kapillare ins Entladerohr hinein und von dort durch die Anode ins Ablenkrohr *r* strömen lässt. Aus dem letztern wird diese Luftmenge durch die ständig angeschlossene Hochvakuumpumpe abgesogen. Der Druckabfall infolge der Strömung in der Anode *a* gibt im Rohr *r* wesentlich höheres Vakuum als im Entladerohr *e*. Dies hat den Vorteil, dass einmal der Strahl weniger diffus zerstreut wird und daher schärfer bleibt, und ferner, dass an die Ablenkplattenpaare p_1 und p_2 Spannungen mehrerer tausend Volt angelegt werden können, ohne dass es zum elektrischen Durchschlag kommt.

Die Aufnahme von Oszillogrammen geschieht mit Hilfe des Gáborschen Kipprelais wie folgt: Der Kathodenstrahl wird dauernd aufrecht erhalten durch eine Gleichspannung von 40 bis 70 kV zwischen Kathode *k* und geerdeter Anode *a*. Während der Wartezeit des Oszillographen lenkt die Sperrung *s* den Strahl mehrmals zur Seite, so dass nur verschwindende Reste ins Rohr *r* gelangen. Erst im Moment, wo im untersuchten Netz eine abnormal rasche Spannungsvariation vorkommt, nimmt das Kipprelais die Ablenkspannung von der Sperrung *s* weg. Damit tritt der Strahl in den Ablenkraum *r* ein. Zugleich vermittelt das Relais dem Plattenpaar p_2 eine zeitlich linear veränderliche Spannung, die durch die Entladung eines Kondensators über eine gesättigte Elektronenröhre erzeugt wird. Der Auf-

³⁾ W. Rogowski und Grösser, A. f. E. 1925, S. 379.

treffpunkt des Strahls auf dem Registrierfilm bewegt sich damit gleichmässig in der Zeitaxenrichtung über das Filmband, während gleichzeitig die zu messende Spannung den Strahl in der dazu senkrechten Richtung ablenkt (Plattenpaar p_1). Der Film bleibt bei der Aufnahme des Oszillogramms ruhig liegen. Nur der Strahlauftreffpunkt bewegt sich und schreibt damit das Oszillogramm. Es ist daher auch ohne weiteres möglich, die Oszillogrammkurve durch Gucklöcher direkt von Auge zu betrachten, wenn an Stelle des Registrierfilms ein Leuchtschirm, z. B. bestehend aus Calciumwolframat oder aus Zinksulfid gelegt wird, der an der vom Strahl getroffenen Stelle hell aufleuchtet. Die Exponierung des Schirms geschieht mit Hilfe der Hähne h des Oszillographengefässes. Eine stattgehabte Aufnahme wird vom Kipprelais angezeigt. Bei den Versuchen wird dann von Hand das Filmband um eine Oszillogrammbreite vorwärts gerückt, womit alles für die nächste Aufnahme bereit ist. Will man vom Strahl auch die Nulllinie des Oszillogramms schreiben lassen, so hat man nur die Ablenkplatten p_1 kurzzuschliessen und das Kipprelais absichtlich einmal auszulösen. Noch zu erwähnen ist, dass der Strahl infolge der besonderen Schaltung des Kipprelais selbsttätig wieder in seine Wartestellung zurückkehrt, wobei die Sperrung ihn bereits wieder vom Rohr r und vom Film fernhält. Die Rückkehr des Strahls im Gegensinn der positiven Zeitaxe ist deshalb in den Oszillogrammen nicht sichtbar. Nur wenn es erwünscht ist, kann auch die Strahlrückkehr sichtbar gemacht werden, siehe Seite 42.

In Fig. 10 ist links der Kasten des Kipprelais sichtbar, rechts auf dem Tisch der zu den Versuchen benutzte Oszillograph.

c) **Theorie der Messgenauigkeit mit der verwendeten Spannungsteilung.** Die Spannungsteilung enthält Kapazität und Widerstand in Parallelschaltung. Die erstere bedingt eine Verflachung steiler Wanderwellen und dadurch einen Messfehler bei der Abbildung steiler Wellenfronten. Der Widerstand ermöglicht das Abfließen von Ladungen von der untersuchten Leitung nach Erde. Das bewirkt gegenüber einer vollständig isolierten Leitung (Antenne) eine Verkleinerung der durch indirekte Blitze erzeugten Gewitterspannungen. Beide Einflüsse werden im folgenden getrennt betrachtet und berechnet.

1. *Die Abbildung steiler Wellen.*

Die Theorie der Kondensator-Spannungsteilung gestaltet sich wie folgt, siehe Fig. 11.

Eine über die Leitung Z_1 ankommende Welle trifft auf die Kapazität C_1 auf, wird dort und in C_2 zuerst verschluckt und dann reflektiert. Auf der Leitung Z_2 entsteht eine andere Welle mit Zugrichtung gegen die Endkapazität C_3 . Wir teilen die Gesamtaufgabe zunächst in zwei einfachere Fälle, die der Behandlung besser zugänglich sind und stellen dann die Gleichungen auf für das zeitliche Bild der

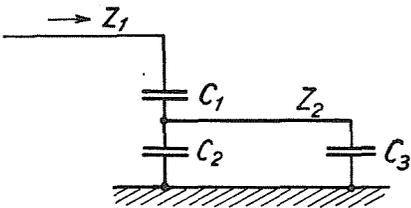


Fig. 11.
Schema der Kondensator-Spannungsteilung mit Messkabel Z_2 .

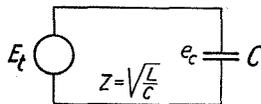


Fig. 12.
Schema der Einschaltwellen, Forch als Kopfstation.

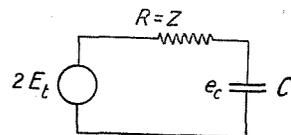


Fig. 13.
Ersatzschema zu Fig. 12.

Spannung am Kondensator C_2 und am Oszillograph C_3 . Deren schrittweise Lösung gibt uns die Form und Steilheit der paar ersten Wellenfronten beim Oszillograph an, sofern bei C_1 eine unendlich steile Welle ankommt; die volle Lösung des Einschwingvorganges ist möglich.

Die **erste Teilaufgabe** besteht in der Berechnung des Verhaltens der Leitung Z_2 mit dem Endkondensator C_3 (Kapazität der Ablenkplatten des Oszillographen) resp. der Leitung Z_1 mit der aus C_1 und C_2 resultierenden Kapazität ohne angehängte Messleitung Z_2 .

Die Lösung dieser Aufgabe ist von W. Bucksath angegeben worden (ETZ 1923, S. 943). Das Eindringen einer Welle vom Generator mit der E.M.K. = E_t gegen die Kapazität C (Fig. 12) kann bezüglich des zeitlichen Spannungsverlaufes an C innert bestimmter Frist durch das Ersatzbild Fig. 13 dargestellt werden, worin ein Generator mit der E.M.K. = $2 E_t$ auf die Serieschaltung von Wellenwiderstand Z und Kapazität C geschaltet wird (Fig. 13).

Beim Einschalten einer Batterie ist E_t als konstante Batterie-E.M.K. anzusehen, womit sich ein annähernd rechteckiger Wellenkopf gegen das Leitungsende C bewegt. Nach Reflexion an C dringt eine rückläufige Welle zum Generator zurück, die dort ihrerseits verschluckt resp. reflektiert wird unter Entsendung einer neuen Welle gegen C . Nennen wir die Zeit, die eine Welle zum Durchlaufen der Leitungslänge zwischen Generator und Kapazität C braucht, die Laufzeit T , so gilt die Annahme der konstanten E.M.K. = $2 E$ im Ersatzbild der Fig. 13 nur vom Einschaltmoment bis zur Zeit $2 T$. Vom Zeitpunkt $2 T$ an ist ein zweiter Spannungsverlauf zu überlagern, ebenfalls vom Zeitpunkt $4 T$ an ein dritter und so weiter. Die Summe dieser jeweils um $2 T$ später beginnenden Kurven gibt den wirklichen Spannungsverlauf an der Kapazität C beim Einschalten einer konstanten E.M.K. am Anfang der Leitung Z . Bezeichnen wir in Fig. 12 mit i_v den vorlaufenden Strom, mit i_r die rücklaufende Stromwelle, so gilt:

$$\left. \begin{aligned} i_c &= i_v - i_r \\ e_c &= i_v Z + i_r Z \end{aligned} \right\} e_c + i_c Z = 2 i_v Z = 2 E_v.$$

Das ist dieselbe Gleichung für den Ladestrom i_c und die Kondensatorspannung e_c , wie sie sich aus Fig. 13 ergibt: $2 E = e_c + i_c Z$. Aus dem kurzen Beweis der Ersetzbarkeit von Fig. 12 durch Fig. 13 ergibt sich zugleich die Dauer der Gültigkeit des Ersatzbildes. $E_v = i_v \cdot Z$ gleicht der Batteriespannung nur solange, als keine reflektierten Wellen vom Kondensator her ankommen, also bis zur Zeit $2 T$, wie behauptet war.

Als Stromgleichung gilt also allgemein für irgend ein Zeitintervall 0 bis $2 T$, oder $2 T$ bis $4 T$, $4 T$ bis $6 T$ usw.:

$$iZ + \frac{1}{C} \int i dt = 2 E \text{ oder:}$$

$$Z \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} i = 2 \cdot \frac{dE}{dt} \text{ oder } i + T_c \frac{di}{dt} = 2 C \frac{dE}{dt},$$

wenn mit T_c die Zeitkonstante $T_c = ZC$ bezeichnet wird. Führt man mit Bucksath die reduzierte Zeit $\tau = \frac{t}{T_c}$ ein, so wird $i + \frac{di}{d\tau} = \frac{2}{Z} \frac{dE}{d\tau}$.

Aus i ergibt sich die Kondensatorspannung bekanntlich zu

$$e_c = \frac{1}{C} \int i dt = Z \int i d\tau.$$

Wir geben nun kurz die Lösungen einiger Zeitintervalle an.

Von $t=0$ an ist die am Kondensator ankommende Welle $E = E_0$ gleich der Batterie-E.M.K. und $\frac{dE}{d\tau} = 0$.

Wir erhalten $i_1 = \frac{2 E_0}{Z} \cdot \varepsilon^{-\tau}$ }
 und $e_{c1} = 2 E_0 (1 - \varepsilon^{-\tau})$, } die bekannte Anstiegskurve der Spannung eines
 Kondensators, der an eine unendlich lange Leitung angeschlossen ist, beim An-
 kommen einer Rechteckwelle.

Die rücklaufende Spannungswelle ist

$$e_{r1} = e_{c1} - e_{v1} = 2 E_0 (1 - \varepsilon^{-\tau}) - E_0 = E_0 (1 - 2 \varepsilon^{-\tau}).$$

Diese Welle wird am Generator mit seiner konstanten E.M.K. E_0 unter Umkehrung
 des Vorzeichens reflektiert:

$$e_{v2} = - e_{r1} = - E_0 (1 - 2 \varepsilon^{-\tau}).$$

Von $t = 2 T$ an überlagert sich ein von e_{v2} bedingter Stromanstieg, der sich
 errechnet aus:

$$i + \frac{di}{d\tau} = \frac{2}{Z} \frac{d}{d\tau} \left[-E_0 (1 - 2\varepsilon^{-\tau}) \right]$$

Die Lösung gelingt durch den Ansatz $i = K_1 \varepsilon^{-\tau} + K_2 \tau \varepsilon^{-\tau}$.

Sie liefert $i_2 = \frac{2 E_0}{Z} \varepsilon^{-\tau} - \frac{4 E_0}{Z} \tau \cdot \varepsilon^{-\tau}$ und $e_{c2} = -2 E_0 \left[1 - \varepsilon^{-\tau} (1 + 2\tau) \right]$.

Die rücklaufende Welle e_{r2} wird $e_{r2} = e_{c2} - e_{v2} = -E_0 (1 - 4\tau \varepsilon^{-\tau})$.

Die dritte einziehende Welle und damit Generator-E.M.K. ergibt sich aus der
 negativ reflektierten Rückwelle zu $e_{v3} = - e_{r2} = E_0 (1 - 4\tau \varepsilon^{-\tau})$.

Von $t = 4 T$ an entsteht infolge von e_{v3} als neu dazukommender Strom im
 Kondensator:

$$i + \frac{di}{d\tau} = \frac{2}{Z} \frac{d}{d\tau} \left[E_0 (1 - 4\tau \varepsilon^{-\tau}) \right]$$

Die Lösung liefert der Ansatz $i = K_1 \varepsilon^{-\tau} + K_2 \cdot \tau \varepsilon^{-\tau} + K_3 \tau^2 \varepsilon^{-\tau}$

zu $i_3 = \frac{2 E_0}{Z} \varepsilon^{-\tau} - \frac{8 E_0}{Z} \tau \varepsilon^{-\tau} + \frac{4 E_0}{Z} \tau^2 \varepsilon^{-\tau}$ und $e_{c3} = 2 E_0 \left[1 - \varepsilon^{-\tau} (1 + 2\tau^2) \right]$.

Rückwelle $e_{r3} = e_{c3} - e_{v3} = E_0 [1 - 2 \varepsilon^{-\tau} + 4 \tau \varepsilon^{-\tau} - 4 \tau^2 \varepsilon^{-\tau}]$.

Am Generator reflektiert zu $e_{v4} = - e_{r3} = - E_0 [1 - 2 \varepsilon^{-\tau} (1 - 2\tau + 2\tau^2)]$.

Von $t = 6 T$ an dringt neu vor:

$$i + \frac{di}{d\tau} = \frac{2}{Z} \frac{d}{d\tau} \left[-E_0 \left\{ 1 - 2 \varepsilon^{-\tau} (1 - 2\tau + 2\tau^2) \right\} \right]$$

Als Lösung entsteht: $i_4 = \frac{2 E_0}{Z} \varepsilon^{-\tau} \left[1 - 6\tau + 6\tau^2 - \frac{4}{3} \tau^3 \right]$

$$e_{c4} = -2 E_0 \left[1 - \varepsilon^{-\tau} \left\{ 1 + 2\tau - 2\tau^2 + \frac{4}{3} \tau^3 \right\} \right]$$

Rückwelle ist $e_{r4} = e_{c4} - e_{v4} = - E_0 \left[1 - 8 \varepsilon^{-\tau} \left(\tau - \tau^2 + \frac{1}{3} \tau^3 \right) \right]$.

Neu vordringend $e_{v5} = - e_{r4} = E_0 \left[1 - 8 \tau \varepsilon^{-\tau} \left(1 - \tau + \frac{1}{3} \tau^2 \right) \right]$.

Von $t = 8 T$ an überlagert sich weiter:

$$i + \frac{di}{d\tau} = \frac{2}{Z} \frac{d}{d\tau} \left[E_0 \left\{ 1 - 8 \tau \varepsilon^{-\tau} \left(1 - \tau + \frac{1}{3} \tau^2 \right) \right\} \right]$$

woraus sich ergibt:

$$i_s = \frac{2E_0}{Z} \varepsilon^{-\tau} \left[1 - 8\tau + 12\tau^2 - \frac{16}{3}\tau^3 + \frac{2}{3}\tau^4 \right]$$

$$e_{c.s} = 2E_0 \left[1 - \varepsilon^{-\tau} \left(1 + 4\tau^2 - \frac{8}{3}\tau^3 + \frac{2}{3}\tau^4 \right) \right].$$

Die Weiterführung der Rechnung bietet keine Schwierigkeiten. Die Gesamtspannung ergibt sich am übersichtlichsten graphisch aus der Summe aller Teilwellen. Bei BUCKSATH finden sich für kürzere Leitungen resp. kleine Verhältnisse T zu T_c einige Kurven der Kondensatorspannung aufgezeichnet. Uns interessiert hier vor allem die Verflachung der Front einer ankommenden Rechteckwelle. Mit Wellenwiderstand der Fahrleitung $Z \cong 406 \Omega$ und an deren Ende angeschlossener Kapazität $C_1 = 3 \cdot 10^{-10} F$ wird $T_c = Z_1 C_1 \cong 1.22 \cdot 10^{-7} s$. Nach $3 T_c$ ist der Endwert bis auf 5% Abweichung erreicht, d. h. nach ca. $4 \cdot 10^{-7} s$. Eine unendlich steile ankommende Welle wird durch einen Spannungsteiler-Kondensator mit 3×10^{-10} Farad resultierender Kapazität derart verflacht, dass der Spannungsendwert praktisch in $0,4 \cdot 10^{-6} s$ oder nach ca. 120 m Frontlänge erreicht wird. Zur Ausmessung von steilen Fronten mit Frontlängen unter 100 m ist die vorliegende Spannungsteilung ungeeignet; sie enthält zu viel Kapazität.

In zweiter Linie interessiert die Verflachung einer Welle auf der Messleitung Z_2 zum Oszillographen C_3 (Fig. 11).

Mit $Z_2 \cong 40 \Omega$ (Kabel) und $C_3 = 2 \cdot 10^{-11} F$ wird $T_c = 8 \cdot 10^{-10} s$.

Diese Zeitkonstante ist über 100 mal kleiner als jene der Fahrleitung Z_1 mit dem Spannungsteilkondensator. Ihr Einfluss verschwindet gegenüber dem oben genannten. Ursache ist nicht nur der kleinere Kapazitätswert C_3 , sondern auch die Verwendung eines Messkabels Z_2 mit ca. 10 mal weniger Wellenwiderstand als bei der Fahrleitung Z_1 .

Als **zweite Teilaufgabe** wollen wir die Verflachung einer Wanderwelle berechnen infolge eines in der Mitte der gesamten Leitung befindlichen Messkondensators (Forch als Durchgangsstation in Leitungsmitte). Siehe das Schema der Fig. 14. $Z_1 = Z_2$ ist vorausgesetzt. Die Laufzeit einer Welle über die linke Leitungshälfte a

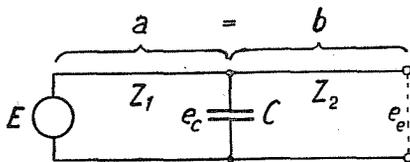


Fig. 14.
Schema der Einschaltwellen, Forch als Durchgangsstation.

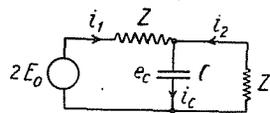


Fig. 15.
Erstes Ersatzschema zu Fig. 14.

sei bezeichnet mit T , jene über die rechte Hälfte b ebenfalls mit T . In analoger Weise wie bei der ersten Teilaufgabe kann das Verhalten der Anordnung bei Wanderwellen dargestellt werden durch ein der quasistationären Rechnung zugängliches Schema, worin die E. M. K. jeweils nach der Zeit $2T$ neue Werte erhält.

Von $t = 0$ an gilt nach Fig. 15:

$$\left. \begin{aligned} i_c &= i_1 + i_2 \\ 2E_0 &= i_1 Z + e_c \\ i_2 Z &= e_c, \end{aligned} \right\} \text{woraus mit Benutzung}$$

derselben reduzierten Zeit $\tau = \frac{t}{T_c}$, mit $T_c = ZC$ wird:

$$\frac{2}{Z} \frac{dE_0}{d\tau} = 2i_c + \frac{di_c}{d\tau}$$

$$e_c = \frac{1}{C} \int i_c dt = Z \int i_c d\tau.$$

Mit $\frac{dE_0}{d\tau} = 0$ wird $i_{c1} = \frac{2E_0}{Z} \varepsilon^{-2\tau}$

und $e_{c1} = E_0 (1 - \varepsilon^{-2\tau})$.

Die Lösung ist vollständig für die unendlich lange Leitung ($T = \infty$). Für begrenzte Leitungslängen kommen die von C aus auf a und b rücklaufenden Wellen in Betracht, die einesteils (Seite a) am Generator unter Umkehrung des Vorzeichens, andererseits am offenen Leitungsende (Seite b) direkt reflektiert werden.

1. rücklaufende Welle auf a : $e_{ar1} = e_{c1} - e_{av1} = -E_0 \varepsilon^{-2\tau}$,
2. rücklaufende Welle auf b : $e_{br1} = e_{c1} - e_{bv1} = E_0 (1 - \varepsilon^{-2\tau})$.

Daraus ergeben sich die reflektierten, gleichzeitig erneut gegen die Leitungsmitte C vordringenden Wellen:

$$\begin{aligned} e_{av2} &= -e_{ar1} = E_0 \varepsilon^{-2\tau} \\ e_{bv2} &= +e_{br1} = E_0 (1 - \varepsilon^{-2\tau}). \end{aligned}$$

Von $t = 2T$ an gilt nach Schema Fig. 16 für die den ersten Werten zu überlagernden Ströme und Spannungen:

$$\left. \begin{aligned} i_c &= i_1 + i_2 \\ 2e_1 &= i_1 Z + e_c \\ 2e_2 &= i_2 Z + e_c \end{aligned} \right\} \text{wobei } \left\{ \begin{aligned} 2e_1 &= 2e_{av2} \\ 2e_2 &= 2e_{bv2} \end{aligned} \right.$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{2}{Z} \frac{d}{d\tau} (e_{av2} + e_{bv2}) &= 2i_c + \frac{di_c}{d\tau} \\ \underline{e_c = Z \int i_c d\tau} \end{aligned} \right\}$$

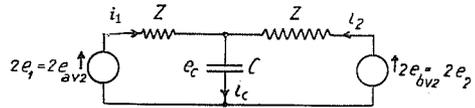


Fig. 16.
Zweites Ersatzschema zu Fig. 14.

$$\left. \begin{aligned} \text{Aus } e_{av2} + e_{bv2} = E_0 \text{ ergibt sich } i_{c2} &= \frac{2E_0}{Z} \varepsilon^{-2\tau} \\ \underline{e_{c2} = E_0 (1 - \varepsilon^{-2\tau})} \end{aligned} \right\}$$

Die Strom- und Spannungsanstiege beim Auftreffen der ersten Welle auf C wiederholen sich also nach $2T$ genau.

Die rücklaufenden Wellen sind: $e_{ar2} = e_{c2} - e_{av2} = E_0 (1 - 2\varepsilon^{-2\tau})$
 $e_{br2} = e_{c2} - e_{bv2} = 0$.

Von $t = 4T$ an gilt für den weitem zu überlagernden Vorgang nach demselben Schema Fig. 16:

$$\left. \begin{aligned} e_{av3} &= -e_{ar2} = -E_0 (1 - 2\varepsilon^{-2\tau}) \\ e_{bv3} &= e_{br2} = 0 \end{aligned} \right\} 2i_c + \frac{di_c}{d\tau} = \frac{2}{Z} \frac{d}{d\tau} \left[-E_0 (1 - 2\varepsilon^{-2\tau}) \right]$$

woraus $i_{c3} = +\frac{2E_0}{Z} (1 - 4\varepsilon^{-2\tau}) \varepsilon^{-2\tau}$

$$\underline{e_{c3} = -E_0 [1 - \varepsilon^{-2\tau} (1 + 4\varepsilon^{-2\tau})]}$$

$$\begin{aligned} e_{ar3} &= e_{c3} - e_{av3} = -E_0 [1 - 4\varepsilon^{-2\tau}] \varepsilon^{-2\tau} \\ e_{br3} &= e_{c3} - e_{bv3} = -E_0 [1 - \varepsilon^{-2\tau} (1 + 4\varepsilon^{-2\tau})]. \end{aligned}$$

Von $t = 6T$ an kommen als neue Wellen dazu:

$$\begin{aligned} e_{av4} &= -e_{ar3} = +E_0 [1 - 4\varepsilon^{-2\tau}] \varepsilon^{-2\tau} \\ e_{bv4} &= e_{br3} = -E_0 [1 - \varepsilon^{-2\tau} (1 + 4\varepsilon^{-2\tau})] \\ 2i_c + \frac{di_c}{d\tau} &= \frac{2}{Z} \frac{d}{d\tau} \left[-E_0 (1 - 2\varepsilon^{-2\tau}) \right] \end{aligned}$$

Das ist dieselbe Gleichung wie für $4T$ bis $6T$.

Infolge gleicher Integrationskonstanten wiederholen sich auch die Werte für i_c und e_c .

$$\begin{aligned} e_{ar4} &= e_{c4} - e_{av4} = -E_0 \{1 - 8\tau \varepsilon^{-2\tau}\} \\ e_{br4} &= e_{c4} - e_{bv4} = 0. \end{aligned}$$

Von $t = 8 T$ an folgt:

$$\begin{aligned} e_{av5} &= -e_{ar4} = E_0 [1 - 8\tau \varepsilon^{-2\tau}] \\ e_{bv5} &= e_{br4} = 0 \\ 2 i_c + \frac{di_c}{d\tau} &= \frac{2}{Z} \frac{d}{d\tau} \left[E_0 \{1 - 8\tau \varepsilon^{-2\tau}\} \right] \\ i_{c5} &= + \frac{2E_0}{Z} \left\{ 1 - 8\tau(1 - \tau) \varepsilon^{-2\tau} \right\} \\ e_{c5} &= E_0 \{1 - \varepsilon^{-2\tau}(1 + 8\tau^2)\} \\ e_{ar5} &= e_{c5} - e_{av5} = E_0 \varepsilon^{-2\tau} (-1 + 8\tau - 8\tau^2) \\ e_{br5} &= e_{c5} - e_{bv5} = E_0 [1 - \varepsilon^{-2\tau}(1 + 8\tau^2)]. \end{aligned}$$

Von $t = 10 T$ an ist weiter zu überlagern:

$$\begin{aligned} e_{av6} &= -e_{ar5} = E_0 \varepsilon^{-2\tau} (1 - 8\tau + 8\tau^2) \\ e_{bv6} &= e_{br5} = E_0 [1 - \varepsilon^{-2\tau}(1 + 8\tau^2)] \\ 2 i_c + \frac{di_c}{d\tau} &= \frac{2}{Z} \frac{d}{d\tau} \left[E_0 \{1 - 8\tau \varepsilon^{-2\tau}\} \right] \end{aligned}$$

i_{c6} und e_{c6} erhalten dieselben Werte wie die bei $8 T$ beginnenden Werte i_{c5} und e_{c5} .

$$\begin{aligned} e_{ar6} &= e_{c6} - e_{av6} = E_0 [1 - 2\varepsilon^{-2\tau}(1 - 4\tau + 8\tau^2)] \\ e_{br6} &= e_{c6} - e_{bv6} = 0. \end{aligned}$$

Von $t = 12 T$ an wird:

$$\begin{aligned} e_{av7} &= -e_{ar6} = -E_0 [1 - 2\varepsilon^{-2\tau}(1 - 4\tau + 8\tau^2)] \\ e_{bv7} &= -e_{br6} = 0 \\ 2 i_c + \frac{di_c}{d\tau} &= \frac{2}{Z} \frac{d}{d\tau} \left[-E_0 \{1 - 2\varepsilon^{-2\tau}(1 - 4\tau + 8\tau^2)\} \right] \\ i_{c7} &= \frac{2E_0}{Z} \left\{ 1 - 12\tau + 24\tau^2 - \frac{32}{3}\tau^3 \right\} \varepsilon^{-2\tau} \\ e_{c7} &= -E_0 \left\{ 1 - \varepsilon^{-2\tau} \left(1 + 4\tau - 8\tau^2 + \frac{32}{3}\tau^3 \right) \right\} \\ e_{ar7} &= e_{c7} - e_{av7} = E_0 \varepsilon^{-2\tau} \left(-1 + 12\tau - 24\tau^2 + \frac{32}{3}\tau^3 \right) \\ e_{br7} &= e_{c7} - e_{bv7} = -E_0 \left\{ 1 - \varepsilon^{-2\tau} \left[1 + 4\tau - 8\tau^2 + \frac{32}{3}\tau^3 \right] \right\}. \end{aligned}$$

Von $t = 14 T$ an entsteht:

$$\begin{aligned} e_{av8} &= -e_{ar7} = E_0 \varepsilon^{-2\tau} \left[1 - 12\tau + 24\tau^2 - \frac{32}{3}\tau^3 \right] \\ e_{bv8} &= e_{br7} = -E_0 \left\{ 1 - \varepsilon^{-2\tau} \left[1 + 4\tau - 8\tau^2 + \frac{32}{3}\tau^3 \right] \right\} \end{aligned}$$

$$2 i_c + \frac{d i_c}{d \tau} = \frac{2}{Z} \frac{d}{d \tau} \left[-E_0 \left\{ 1 - 2 \varepsilon^{-2\tau} [1 - 4\tau + 8\tau^2] \right\} \right]$$

i_c und e_c werden gleich gross wie die bei $12 T$ beginnenden Werte.

Die Rechnung lässt sich auch in diesem Falle ohne Schwierigkeit fortsetzen. Die Spannung e_c am offenen Leitungsende könnte noch Interesse haben.

Die erste Welle kommt zur Zeit $t = T$ nach Passieren der Leitungsmitte C am offenen Ende an und wird dort unter Verdoppelung der Spannung reflektiert. Sie beträgt also das Doppelte der ersten Rücklaufwelle auf b . Das heisst, mit $t = T$ beginnt: $e_c = 2 E_0 (1 - \varepsilon^{-2\tau})$.

Die zweite Rücklaufwelle auf b beginnt bei C im Zeitpunkt $2 T$ und kommt beim Ende an bei $t = 3 T$; ihr Wert ist jedoch $e_{b,2} = 0$. Der obige Wert der Spannung am Leitungsende gilt also bis zu $t = 5 T$ allein weiter.

Da auch die Rückwellen zwischen $6 T$ und $8 T$, $10 T$ und $12 T$, $14 T$ und $16 T$ gleich Null sind, so gelten als Spannungen am offenen Leitungsende:

Von T an: $e_{e1} = 2 E_0 (1 - \varepsilon^{-2\tau})$.

Von $5 T$ an ausserdem noch $e_{e2} = -2 E_0 \{ 1 - \varepsilon^{-2\tau} (1 + 4\tau) \}$.

Von $9 T$ an zu den obigen weiter dazu $e_{e3} = 2 E_0 \{ 1 - \varepsilon^{-2\tau} (1 + 8\tau^2) \}$.

Von $13 T$ an zu den obigen ferner dazu $e_{e4} = -2 E_0 \left\{ 1 - \varepsilon^{-2\tau} (1 + 4\tau - 8\tau^2 + \frac{32}{3} \tau^3) \right\}$.

Von $17 T$ an ein weiteres Glied usw.

Man ersieht, dass die einzelnen Teilwellen am Leitungsende dieselben sind, wie an der Kapazität in Leitungsmitte. Sie erscheinen in Leitungsmitte je zweimal im Abstand $2 T$ wiederholt, am Leitungsende nur je einmal im Zeitabstand $4 T$, aber in doppelter Höhe.

Folgende Tabelle gibt einige Zahlenwerte der Teilspannungswellen, die Kurven der Fig. 17 deren graphische Darstellung.

Teilwellen der Kondensatorspannung	beginnt bei $t = 0$ und $t = 2 T$	beginnt bei $t = 4 T$ und $t = 6 T$	beginnt bei $t = 8 T$ und $t = 10 T$	beginnt bei $t = 12 T$ und $t = 14 T$
$= \frac{1}{2} \times$ Teilwellen der Leitungsendspannung	beginnt bei $t = T$	beginnt bei $t = 5 T$	beginnt bei $t = 9 T$	beginnt bei $t = 13 T$
Funktion	$1 - \varepsilon^{-2\tau}$	$- [1 - \varepsilon^{-2\tau} (1 + 4\tau)]$	$1 - \varepsilon^{-2\tau} (1 + 8\tau^2)$	$- [1 - \varepsilon^{-2\tau} (1 + 4\tau - 8\tau^2 + \frac{32}{3} \tau^3)]$
Reduz. Zeit $\tau = 0$	0	0	0	0
$\tau = \frac{1}{2}$	$1 - \frac{1}{\varepsilon} = 0,63$	$- (1 - \frac{3}{\varepsilon}) = +0,105$	$1 - \frac{3}{\varepsilon} = -0,104$	$- (1 - \frac{7}{3\varepsilon}) = -0,141$
$\tau = 1$	$1 - \frac{1}{\varepsilon^2} = 0,864$	$- (1 - \frac{5}{\varepsilon^2}) = -0,324$	$1 - \frac{9}{\varepsilon^2} = -0,214$	$- (1 - \frac{23}{3\varepsilon^2}) = +0,04$
$\tau = \frac{3}{2}$	$1 - \frac{1}{\varepsilon^3} = 0,95$	$- (1 - \frac{7}{\varepsilon^3}) = -0,65$	$1 - \frac{19}{\varepsilon^3} = +0,05$	$- (1 - \frac{25}{\varepsilon^3}) = +0,25$
$\tau = 2$	$1 - \frac{1}{\varepsilon^4} = 0,98$	$- (1 - \frac{9}{\varepsilon^4}) = -0,836$	$1 - \frac{33}{\varepsilon^4} = +0,393$	$- (1 - \frac{187}{3\varepsilon^4}) = +0,145$
$\tau = 3$	$1 - \frac{1}{\varepsilon^6} \cong 1,00$	$- (1 - \frac{13}{\varepsilon^6}) = -0,935$	$1 - \frac{73}{\varepsilon^6} = +0,82$	$- (1 - \frac{239}{\varepsilon^6}) = -0,40$
$\tau = 4$	$1 - \frac{1}{\varepsilon^8} \cong 1,00$	$- (1 - \frac{17}{\varepsilon^8}) \cong -0,99$	$1 - \frac{128}{\varepsilon^8} = +0,96$	$- (1 - \frac{556}{\varepsilon^8}) = -0,814$
$\tau = 5$	$1 - \frac{1}{\varepsilon^{10}} \cong 1,00$	$- (1 - \frac{21}{\varepsilon^{10}}) \cong -1,0$	$1 - \frac{201}{\varepsilon^{10}} \cong +1,0$	$- (1 - \frac{1154}{\varepsilon^{10}}) \cong -0,95$

Die Ueberlagerung dieser Teilwellen gibt für den Verlauf der Kondensatorspannung e_c und der Spannung am Leitungsende e_e die in Fig. 18, resp. 19 gezeichneten Kurven.

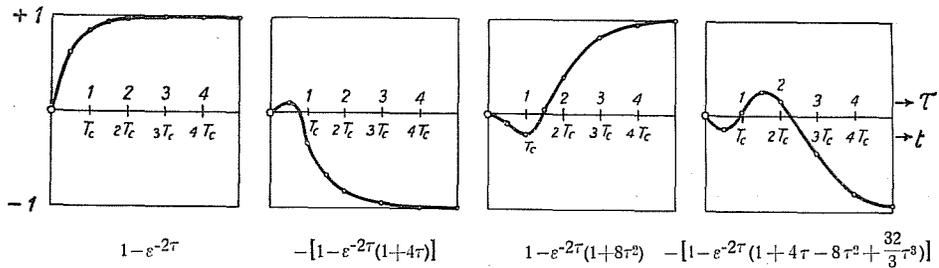


Fig. 17.
Graphische Darstellung der ersten Teilspannungswellen.

Die Spannungskurven bei weggelassener Kapazität (Fig. 14) sind überdies gestrichelt eingetragen. Angenommen ist jene Leitungslänge, für die $T = T_c$ wird.

Die Spannungskurven verlaufen ähnlich wie bei der Leitung mit Kondensator an ihrem Ende. Die Wirkung der Kapazität ist in drei Beziehungen erkennbar:

1. An der Verflachung der Wellenfront, die sich nach je zweimaligem Durchlaufen der ganzen Leitung verstärkt.
2. An den nach 4, 6, 8, 10 usw.-maligem Durchlaufen der ganzen Leitung auftretenden Buckeln in der Kurve, die zur Ueberschreitung des Wertes $2E_0$ und Unterschreitung des Wertes 0 der Spannung führen.
3. An der durch die zunehmende Verflachung und die Buckel bedingten scheinbaren Vergrößerung der Periodendauer der Wanderwellenschwingung des Gebildes aus Leitung samt angehängtem Kondensator.

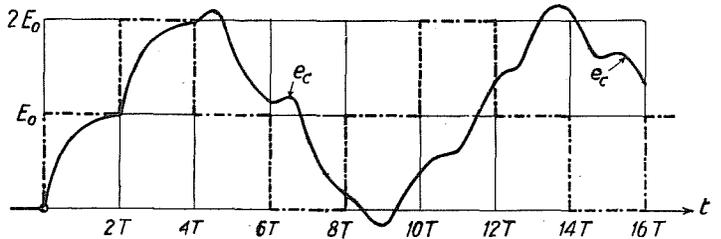


Fig. 18.
Verlauf der Kondensatorspannung in Fig. 14, Laufzeit über eine Leitungshälfte $T = T_c = ZC$ gewählt.

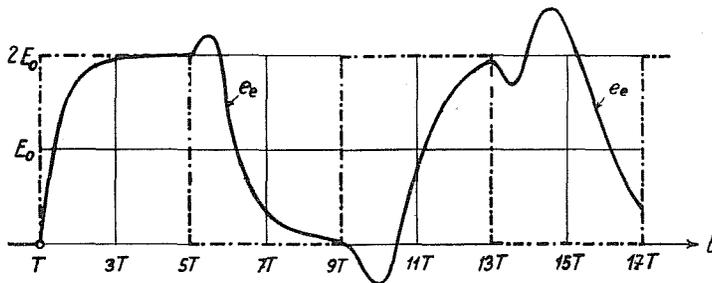


Fig. 19.
Verlauf der Spannung am offenen Leitungsende in Fig. 14, Laufzeit über eine Leitungshälfte $T = T_c = ZC$ gewählt.

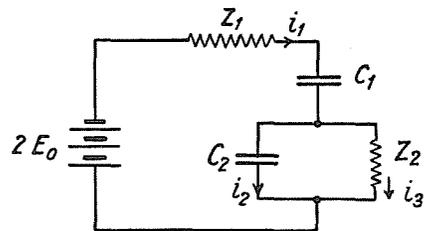


Fig. 20.
Erstes Ersatzschema der Kondensatorspannungsteilung in Fig. 11.

Für die Messgenauigkeit ist der letztbehandelte Fall (Forch als Durchgangsstation) der günstigere, indem die Zeitkonstante hier nur halb so gross ist als bei den Messungen am Leitungsende. Eine unendlich steile Welle erhält durch die Spannungsteilung eine Frontlänge von ca. 60 m, wenn Forch Durchgangsstation ist.

Nach Lösung der zwei Teilaufgaben zur Bestimmung der Messgenauigkeit wollen wir die für die **gesamte Spannungsteilung** gültigen Grundgleichungen aufstellen und sie, soweit möglich, lösen.

Beim Auftreffen einer unendlich steilen Welle aus der Leitung Z_1 auf die Spannungsteilung $C_1 \div C_2$ (Fig. 11) verhält sich die Anordnung wie eine Ersatzschaltung nach Fig. 20.

Das Schema gilt analog wie die früheren nur während der doppelten Laufzeit über die Leitung Z_2 ; die Fortsetzung wird jeweils besonders zu berechnen sein.

Mit den Bezeichnungen der Fig. 20 gilt:

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= i_2 + i_3 \\ 2E_0 &= i_1 Z_1 + e_{c1} + i_3 Z_2 \\ i_3 Z_2 &= \frac{1}{C_2} \int i_2 dt \end{aligned} \right\} \text{woraus sich für } i_2 \text{ ergibt:}$$

$$\frac{d^2}{dt^2} \left(\frac{2E_0}{Z_1} \right) = \frac{d^2 i_2}{dt^2} + \left(\frac{1}{Z_1 C_1} + \frac{1}{Z_2 C_2} + \frac{1}{Z_1 C_2} \right) \frac{d i_2}{dt} + \frac{1}{Z_1 C_1 Z_2 C_2} \cdot i_2.$$

Für das Auftreffen der konstanten Spannung E_0 gilt die homogene Gleichung ohne Störungsfunktion.

Deren Lösung ergibt sich aus dem Ansatz:

$$i_2 = K \varepsilon^{at} \text{ zu } a^2 + \left(\frac{1}{Z_1 C_1} + \frac{1}{Z_2 C_2} + \frac{1}{Z_1 C_2} \right) a + \frac{1}{Z_1 C_1 Z_2 C_2} = 0$$

$$a_{1,2} = - \frac{1}{2 C_1 C_2 Z_1 Z_2} \left\{ (C_1 Z_1 + C_2 Z_2 + C_1 Z_2) \pm \sqrt{(C_1 Z_1 + C_2 Z_2 + C_1 Z_2)^2 - 4 C_1 Z_1 C_2 Z_2} \right\}.$$

Beide Werte a sind negativ reell, entsprechend dem hyperbolischen Absinken zweier Ausgleichströme:

$$i_2 = K_1 \varepsilon^{-\frac{t}{T_1}} + K_2 \varepsilon^{-\frac{t}{T_2}}, \text{ wo } \begin{cases} T_1 = -\frac{1}{a_1} \\ T_2 = -\frac{1}{a_2} \end{cases}$$

$$e_{c2} = \frac{1}{C_2} \int i_2 dt = - \frac{K_1 T_1}{C_2} \varepsilon^{-\frac{t}{T_1}} - \frac{K_2 T_2}{C_2} \varepsilon^{-\frac{t}{T_2}} + K_3.$$

$$\text{Für } t = 0 \text{ ist } \left\{ \begin{aligned} i_2 = i_1 &= \frac{2E_0}{Z} = K_1 + K_2 \\ e_{c2} = 0 &= K_3 - \frac{(K_1 T_1 + K_2 T_2)}{C_2} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} K_1 &= \frac{2E_0}{Z_1} \frac{T_2}{T_2 - T_1} \\ K_2 &= \frac{2E_0}{Z_1} \frac{T_2}{T_1 - T_2} \end{aligned}$$

$$\text{für } t = \infty: \left\{ \begin{aligned} i_2 &= 0 \\ e_{c2} &= K_3 = 0 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} K_1 &= \frac{2E_0}{Z_1} \frac{T_2}{T_1 - T_2} \\ K_2 &= \frac{2E_0}{Z_1} \frac{T_2}{T_1 - T_2} \end{aligned}$$

$$\text{so dass } i_2 = \frac{2E_0}{Z(T_2 - T_1)} \left\{ T_2 \cdot \varepsilon^{-\frac{t}{T_1}} - T_1 \cdot \varepsilon^{-\frac{t}{T_2}} \right\}$$

$$e_{c2} = \frac{2E_0 T_1 T_2}{Z_1 C_2 (T_1 - T_2)} \left\{ \varepsilon^{-\frac{t}{T_1}} - \varepsilon^{-\frac{t}{T_2}} \right\} = \frac{2E_0}{Z_1 C_2} \cdot \frac{1}{a_1 - a_2} \left\{ \varepsilon^{-\frac{t}{T_1}} - \varepsilon^{-\frac{t}{T_2}} \right\}.$$

Der Ausdruck für e_{c_2} lässt sich durch Einsetzen der Werte für T_1 und T_2 resp. a_1 und a_2 auch schreiben als:

$$e_{c_2} = 2 E_0 \cdot \frac{C_1 Z_2}{\sqrt{(C_1 Z_1 + C_2 Z_2 + C_1 Z_2)^2 - 4 C_1 Z_1 C_2 Z_2}} \left\{ -\varepsilon^{-\frac{t}{T_1}} + \varepsilon^{-\frac{t}{T_2}} \right\}$$

mit $T_1 = \frac{2 C_1 C_2 Z_1 Z_2}{C_1 Z_1 + C_2 Z_2 + C_1 Z_2 + \sqrt{(C_1 Z_1 + C_2 Z_2 + C_1 Z_2)^2 - 4 C_1 C_2 Z_1 Z_2}}$

und $T_2 = \frac{2 C_1 C_2 Z_1 Z_2}{C_1 Z_1 + C_2 Z_2 + C_1 Z_2 - \sqrt{(C_1 Z_1 + C_2 Z_2 + C_1 Z_2)^2 - 4 C_1 C_2 Z_1 Z_2}}$

Der Spezialfall bei weggelassener Messleitung $Z_2 = \infty$ liefert eine Kontrolle:

$$\left. \begin{aligned} \text{Es wird } T_1 &= \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \cdot Z_1 = C_{\text{res}} \cdot Z_1 \\ \text{und } T_2 &= \infty \end{aligned} \right\} e_{c_2} = \frac{C_1}{C_1 + C_2} \cdot 2 \cdot E_0 \left(-\varepsilon^{-\frac{t}{T_1}} \right).$$

Dies ist der Wert, der bei der ersten Teilaufgabe auftrat, wenn vom Spannungsteilverhältnis $\frac{C_1}{C_1 + C_2}$ abgesehen wird, und von einer in diesem Fall auftretenden Integrationskonstanten $K_3 = 0$ (siehe letzte Seite) infolge Wegfall der Ableitung über die Messleitung Z_2 .

Wir ersehen aus dem Spezialfall die Bedeutung der zwei Zeitkonstanten T_1 und T_2 :

T_1 ist die Zeitkonstante der Aufladung der Spannungsteilung durch die Fahrleitung Z_1 ,

T_2 ist die Zeitkonstante der Entladung der Spannungsteilung infolge der Messleitung Z_2 zum Oszillograph.

Die Steilheit der Spannung e_{c_2} zur Zeit $t = 0$ berechnet sich zu:

$$\left(\frac{d e_{c_2}}{d t} \right)_{t=0} = \frac{2 E_0}{Z_1 C_2} = \frac{2 E_0}{Z_1 C_{\text{res}}} \cdot \frac{C_1}{C_1 + C_2}, \text{ wo } C_{\text{res}} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \text{ die resultierende}$$

Seriikapazität der Spannungsteilung darstellt.

Man sieht daraus, dass die anfängliche Steilheit der Spannung e_{c_2} trotz angehängter Messleitung Z_2 denselben Wert hat, wie die ohne Messleitung Z_2 auftretende, durch die Spannungsteiler-Kondensatoren an der Leitung Z_1 bedingte.

Mit e_{c_2} ist die auf der Messleitung einziehende Spannungswelle gegeben. Diese wird nach Durchlaufen der Messleitung am Oszillograph C_3 reflektiert. Diese Aufgabe ist als erste Teilaufgabe gelöst; die einziehende Welle setzt sich hier aus zwei abklingenden Spannungen zusammen. Diese Berechnung bietet keine weiteren Schwierigkeiten. — Nach zweifacher Laufzeit über die Messleitung trifft die reflektierte Welle E_r wieder auf die Spannungsteilung auf. Der an dieser Stelle auftretende Reflexionsvorgang berechnet sich nach Fig. 21:

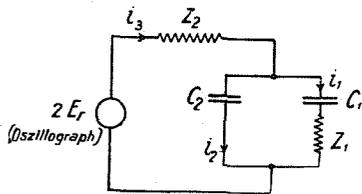


Fig. 21.
Zweites Ersatzschema der Kondensator-Spannungsteilung in Fig. 11.

$$\begin{aligned} i_3 &= i_1 + i_2 \\ \frac{1}{C_2} \int i_2 dt &= \frac{1}{C_1} \int i_1 dt + i_1 Z_1 \\ 2 E_r &= i_3 Z_2 + \frac{1}{C_2} \int i_2 dt \end{aligned}$$

Daraus als Gleichung für i_1 :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{2 E_r}{Z_1 Z_2 C_2} \right) = \frac{d^2 i_1}{dt^2} + \left(\frac{1}{C_1 Z_1} + \frac{1}{C_2 Z_2} + \frac{1}{C_2 Z_1} \right) \frac{d i_1}{dt} + \frac{1}{C_1 C_2 Z_1 Z_2} \cdot i_1.$$

Die allgemeine Lösung der *reduzierten* Differentialgleichung ist dieselbe wie bei Fig. 20.

Trotzdem es sich hier um eine *unhomogene* lineare Differentialgleichung zweiter Ordnung mit konstanten Koeffizienten handelt, gelingt die Lösung immer noch und zwar mit anlogischen Ansätzen wie bei den ersten Teilaufgaben.

Nach Kiepert, Grundriss der Differential- und Integralrechnung, 1918, Band II S. 822, hat die Gleichung:

$$y'' + f_1 \cdot y' + f_2 \cdot y = \varphi(t) = c_1 \cdot e^{a_1 t}$$

folgendes partikuläre Integral:

$Y_1 = \frac{c_1}{F'(a_1)} \cdot e^{a_1 t} \cdot t$, sofern, wie in unserem Fall, der Exponent a_1 gleich gross wie eine einfache Wurzel a_1 der charakteristischen Gleichung $[F(a) = 0]$ ist.

$F(a) = a^2 + f_1 a + f_2 = 0$ liefert die zwei auf Seite 21 berechneten Wurzeln a_1 und a_2 . Die Ableitung der Funktion F gibt: $F'(a_1) = 2 a_1 + f_1$.

Die allgemeine Lösung der Differentialgleichung setzt sich aus den Lösungen der homogenen Gleichung ($y'' + f_1 y' + f_2 y = 0$) und dem genannten partikulären Integral zusammen zu $y = K_1 e^{a_1 t} + K_2 e^{a_2 t} + Y_1$.

Besteht die Störungsfunktion $\varphi(t)$ aus der Summe zweier Exponentialfunktionen $\varphi(t) = c_1 e^{a_1 t} + c_2 e^{a_2 t}$, so tritt zu der obigen partikulären Lösung Y_1 noch

die weitere $Y_2 = \frac{c_2}{F'(a_2)} \cdot e^{a_2 t} \cdot t$, wobei $F'(a_2) = 2 a_2 + f_1$ ist. Dabei ist analog

vorausgesetzt, dass der Exponent a_2 gleich gross sei wie die 2. Wurzel a_2 der charakteristischen Gleichung $F(a) = 0$. Ferner soll $a_1 \neq a_2$ sein. Beides trifft in unserem Fall zu. Wir erhalten damit als allgemeine Lösung

der Gleichung $y'' + f_1 y' + f_2 y = c_1 e^{a_1 t} + c_2 e^{a_2 t}$

den Wert
$$Y = \left(K_1 + \frac{c_1}{2a_1 + f_1} t \right) e^{a_1 t} + \left(K_2 + \frac{c_2}{2a_2 + f_1} t \right) e^{a_2 t}$$

mit den Integrationskonstanten K_1 und K_2 .

In unserer Rechnung setzen wir als gesuchte Grösse y den Strom i_1 der Fig. 21:

$$i_1 = (K_1 + A_1 t) e^{a_1 t} + (K_2 + A_2 t) e^{a_2 t},$$

wobei bedeuten:

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \frac{c_1}{2a_1 + f_1} \\ A_2 &= \frac{c_2}{2a_2 + f_1} \end{aligned} \right\}$$

und nach Seite 23 und 21:
$$\left. \begin{aligned} c_1 &= \frac{2}{Z_1 Z_2 C_2} \cdot \frac{2 E_0}{Z_1 C_2} \cdot \frac{a_1}{a_1 - a_2} \\ c_2 &= \frac{2}{Z_1 Z_2 C_2} \cdot \frac{2 E_0}{Z_1 \cdot C_2} \cdot \frac{-a_2}{a_1 - a_2} \end{aligned} \right\}$$

Daraus ergibt sich die gesuchte Teilspannung e_{c2II} (Fig. 21) im Zeitintervall II zu:

$$e_{c2II} = \frac{1}{C_1} \int_0^t i_1 dt + i_1 Z_1.$$

Nach kurzer Zwischenrechnung wird:

$$e_{c2II} = \varepsilon^{a_1 t} \left(K_1 B_1 - \frac{A_1}{C_1 a_1^2} + A_1 B_1 t \right) + \varepsilon^{a_2 t} \left(K_2 B_2 - \frac{A_2}{C_1 a_2^2} + A_2 B_2 t \right) + K_3$$

mit den Abkürzungen:

$$\left. \begin{aligned} B_1 &= Z_1 + \frac{1}{C_1 a_1} \\ B_2 &= Z_1 + \frac{1}{C_1 a_2} \end{aligned} \right\}$$

Die Konstanten K_1 , K_2 und K_3 bestimmen sich aus den Werten von i_1 und e_{c2} zur Zeit $t = 0$ und $t = \infty$.

$$t = 0: \left\{ \begin{aligned} i_1 &= 0 \\ e_{c2} &= 0 \end{aligned} \right\} K_1 = -K_2 = \frac{1}{C_1 (B_1 - B_2)} \left(\frac{A_1}{a_1^2} + \frac{A_2}{a_2^2} \right)$$

$$t = \infty: \left\{ \begin{aligned} i_1 &= 0 \\ e_{c2} &= 0 \end{aligned} \right\} K_3 = 0,$$

womit $e_{c2II} = \varepsilon^{a_1 t} \left\{ \frac{1}{C_1 (B_1 - B_2)} \left(\frac{A_1 B_2}{a_1^2} + \frac{A_2 B_1}{a_2^2} \right) + A_1 B_1 t \right\} +$

$$+ \varepsilon^{a_2 t} \left\{ \frac{-1}{C_1 (B_1 - B_2)} \left(\frac{A_1 B_2}{a_1^2} + \frac{A_2 B_1}{a_2^2} \right) + A_2 B_2 t \right\}$$

Interessant ist vielleicht noch die Variation $\left(\frac{de_{c2II}}{dt} \right)$ zur Zeit $t = 0$, d. h. das anfängliche Tempo des Spannungsanstiegs am Kondensator C_2 bei der Rückkehr der ersten Welle vom Oszillograph:

$$\left(\frac{de_{c2II}}{dt} \right)_{t=0} = \left\{ \frac{c_1 (a_1 - a_2)}{a_1 (2a_1 + f_1)} + \frac{c_2 (a_2 - a_1)}{a_2 (2a_2 + f_1)} \right\} Z_1.$$

Berücksichtigt man, dass $c_1 = a \cdot a_1$ und $c_2 = a \cdot a_2$ und ferner $\left\{ \begin{aligned} a_1^2 + f_1 a_1 + f_2 &= 0 \\ a_2^2 + f_1 a_2 + f_2 &= 0, \end{aligned} \right.$ so wird $\left(\frac{de_{c2}}{dt} \right)_{t=0} \equiv 0$.

Ein Zahlenbeispiel, das der Messanordnung an der Forchbahnfahrleitung ungefähr entspricht, soll die Rechnung veranschaulichen. Es sei gewählt:

$Z_1 = 406 \ \Omega$	Dann ergeben sich daraus nach Seite 21 die Werte:
$Z_2 = 40,6 \ \Omega$	}
$C_1 = 3 \cdot 10^{-10} \text{ F}$	
$C_2 = 9 \cdot 10^{-10} \text{ F}$	

Mit dieser Spannung e_{c2} (Fig. 20) entsteht eine konforme Wanderwelle auf dem Messkabel Z_2 . An dessen Ende wird sie reflektiert, und zwar infolge der im Vergleich zur Messkabelkapazität kleinen Oszillographenkapazität sehr annähernd gleich wie am offenen Kabelende. Die rückläufige Welle $e_{r1} = e_{c2I}$ wirkt als Generatorspannung E_r nach Fig. 21 auf die Spannungsteilung ein. Die dadurch an C_2 entstehende zweite Spannungswelle e_{c2II} berechnet sich nach der Gleichung auf Seite 24 oben mit den Zwischenwerten:

$$\begin{aligned}
 a_1 &= -3,10 \cdot 10^7 \\
 a_2 &= -0,724 \cdot 10^7 \\
 c_1 &= -3,10 \cdot 10^4 a_1 E_0 = +9,61 \cdot 10^{11} E_0 \\
 c_2 &= +3,10 \cdot 10^4 a_2 E_0 = -2,245 \cdot 10^{11} E_0 \\
 f_1 &= +3,83 \cdot 10^7 \\
 f_2 &= +2,24 \cdot 10^{14} \\
 A_1 &= -4,055 \cdot 10^4 E_0 \\
 A_2 &= -0,942 \cdot 10^4 E_0 \\
 B_1 &= +298,5 \\
 B_2 &= -54 \\
 K_2 &= -K_1 = 2,095 \cdot 10^{-3}
 \end{aligned}$$

$$\underline{e_{c2II} = (-0,485 - 12,1 \cdot 10^6 t) E_0 \varepsilon^{a_1 t} + (0,485 + 0,508 \cdot 10^6 t) E_0 \varepsilon^{a_2 t}}$$

Diese Spannung am Spannungsteilkondensator C_2 setzt sich zusammen aus der zulaufenden „Generator“-Welle $e_{r1} = e_{c2I}$ und einer neuen, längs des Messkabels Z_2 gegen den Oszillograph laufenden Welle e_{v2} :

$$e_{c2II} = e_{r1} + e_{v2} \text{ und } e_{v2} = e_{c2II} - e_{r1} = e_{c2II} - e_{c2I}$$

$$\underline{e_{v2} = [-0,255 - 12,1 \cdot 10^6 t] E_0 \varepsilon^{a_1 t} + [0,255 + 0,508 \cdot 10^6 t] E_0 \varepsilon^{a_2 t}.}$$

Die Spannungswelle e_{v2} wandert gegen den Oszillographen, wird dort praktisch unverzerrt reflektiert und gelangt als neue „Generator“-Welle zur Spannungsteilung zurück. Der dortige weitere Stauvorgang berechnet sich wieder nach Fig. 21, wobei die Störungsfunktion aus e_{v2} zu rechnen ist wie folgt:

$$\varphi(t) = \frac{1}{Z_1 Z_2 C_2} \cdot \frac{2 e_{v2}}{dt}$$

$$\varphi(t) = 13,48 \cdot 10^{10} E_0 \left\{ \varepsilon^{a_1 t} (-4,20 + 37,5 \cdot 10^7 t) + \varepsilon^{a_2 t} (-1,338 - 0,368 \cdot 10^7 t) \right\}$$

$$\varphi(t) = -10^{11} E_0 \times \left\{ \varepsilon^{a_1 t} (5,66 - 50,5 \cdot 10^7 t) + \varepsilon^{a_2 t} (1,80 + 0,469 \cdot 10^7 t) \right\}$$

Allgemein heisst die folgende Teilaufgabe demnach:

$$\underline{i'' + f_1 \cdot i' + f_2 \cdot i = (c_3 + c_4 t) \varepsilon^{a_1 t} + (c_5 + c_6 t) \varepsilon^{a_2 t};}$$

dabei sind die Exponenten a_1 und a_2 wiederum gleich den Wurzeln der charakteristischen Gleichung: $F(a) = a^2 + f_1 a + f_2 = 0$.

Die Lösung heisst allgemein: $i = K_3 \varepsilon^{a_1 t} + K_4 \varepsilon^{a_2 t} + Y_1 + Y_2$, wobei die partikulären Integrale Y_1 und Y_2 folgende Form haben:

$$\begin{aligned}
 Y_1 &= \varepsilon^{a_1 t} (b_0 t + b_1 t^2) \\
 Y_2 &= \varepsilon^{a_2 t} (b_2 t + b_3 t^2).
 \end{aligned}$$

Durch Einsetzen dieser Ansätze ergeben sich die folgenden Werte b_0, b_1, b_2, b_3 :

$$b_0 = \frac{c_3 (4a_1 + 2f_1) - 2c_4}{6a_1^2 + 6a_1 f_1 + 2f_1^2 - 2f_2}$$

$$b_1 = \frac{-2c_3 (a_1^2 + a_1 f_1 + f_2) + c_4 (2a_1 + f_1)}{2(6a_1^2 + 6a_1 f_1 + 2f_1^2 - 2f_2)}$$

$$b_2 = \frac{c_5 (4a_2 + 2f_1) - 2c_6}{6a_2^2 + 6a_2 f_1 + 2f_1^2 - 2f_2}$$

$$b_3 = \frac{-2c_5 (a_2^2 + a_2 f_1 + f_2) + c_6 (2a_2 + f_1)}{2(6a_2^2 + 6a_2 f_1 + 2f_1^2 - 2f_2)}$$

Damit ist die allgemeine Lösung i bekannt:

$$i_{1\text{III}} = \varepsilon^{a_1 t} (K_3 + b_0 t + b_1 t^2) + \varepsilon^{a_2 t} (K_4 + b_2 t + b_3 t^2);$$

Aus $e_{c2} = \frac{1}{C_1} \cdot \int i_1 dt + Z_1 i_1$ wird nun auch

$$e_{c2\text{III}} = \varepsilon^{a_1 t} \left\{ \left(B_1 K_3 - \frac{b_0 a_1 - 2b_1}{C_1 a_1^3} \right) + t \left(B_1 b_0 - \frac{2b_1}{C_1 a_1^2} \right) + t^2 \cdot B_1 b_1 \right\} \\ + \varepsilon^{a_2 t} \left\{ \left(B_2 K_4 - \frac{b_2 a_2 - 2b_3}{C_1 a_2^3} \right) + t \left(B_2 b_2 - \frac{2b_3}{C_1 a_2^2} \right) + t^2 \cdot B_2 b_3 \right\} + K_5.$$

Mit dem Index III soll die Ordnungszahl der von der Spannungsteilung (C_2) ausgehenden Welle angedeutet sein.

Die Integrationskonstanten K_3, K_4 und K_5 bestimmen sich aus den Randwerten, nämlich für:

$$\left. \begin{array}{l} t = 0 \text{ wird } i_1 = 0 \\ \text{und } e_{c2} = 0 \end{array} \right\} \text{ und daraus} \\ \left. \begin{array}{l} t = \infty: \quad i = 0 \\ e_{c2} = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} K_3 = -K_4 = \frac{1}{C_1 (B_1 - B_2)} \left\{ \frac{b_2 a_2 - 2b_3}{a_2^3} + \frac{b_0 a_1 - 2b_1}{a_1^3} \right\} \\ K_5 = 0 \end{array}$$

Wir kennen jetzt alle Grössen zur Berechnung des Stromes $i_{1\text{III}}$ und der Spannung $e_{c2\text{III}}$. Zur Vervollständigung wird noch die zugehörige, gegen den Oszillograph vorlaufende Welle e_{v3} angegeben:

$$e_{v3} = e_{c2\text{III}} - e_{v2} =$$

$$\varepsilon^{a_1 t} \left\{ \frac{B_1}{C_1 (B_1 - B_2)} \cdot \left[\frac{b_2 a_2 - 2b_3}{a_2^3} + \frac{b_0 a_1 - 2b_1}{a_1^3} \right] - \frac{b_0 a_1 - 2b_1}{C_1 a_1^3} - \right. \\ \left. \frac{1}{C_1 (B_1 - B_2)} \left[\frac{A_1 B_2}{a_1^2} + \frac{A_2 B_1}{a_2^2} \right] + t \left[B_1 b_0 - \frac{2b_1}{C_1 a_1^2} - A_1 B_1 \right] + t^2 \cdot B_1 b_1 \right\} \\ + \varepsilon^{a_2 t} \left\{ \frac{-B_2}{C_1 (B_1 - B_2)} \cdot \left[\frac{b_2 a_2 - 2b_3}{a_2^3} + \frac{b_0 a_1 - 2b_1}{a_1^3} \right] - \frac{b_2 a_2 - 2b_3}{C_1 a_2^3} + \right. \\ \left. \frac{1}{C_1 (B_1 - B_2)} \left[\frac{A_1 B_2}{a_1^2} + \frac{A_2 B_1}{a_2^2} \right] + t \left[B_2 b_2 - \frac{2b_3}{C_1 a_2^2} - A_2 B_2 \right] + t^2 \cdot B_2 b_3 \right\}$$

Im folgenden sind die aus letzteren Gleichungen für das auf Seite 26 angeführte Beispiel sich ergebenden Zahlenwerte genannt.

Aus dem Wellenrücklauf ergaben sich die Werte von c_3 bis c_6 nach Seite 25 zu:

$$\left. \begin{array}{l} c_3 = -5,66 \cdot 11^{11} \\ c_4 = +5,05 \cdot 10^{19} \\ c_5 = -1,80 \cdot 10^{11} \\ c_6 = -0,469 \cdot 10^{18} \end{array} \right\} \text{Man erhält somit die Konstanten: } \left. \begin{array}{l} b_0 = -6,525 \cdot 10^4 \\ b_1 = -1,050 \cdot 10^{12} \\ b_2 = -0,674 \cdot 10^4 \\ b_3 = -0,988 \cdot 10^{10} \end{array} \right\}$$

ferner $K_3 = -K_4 = -3,01 \cdot 10^{-3}$ und

$$\begin{aligned} e_{c2III} &= E_0 \varepsilon^{a_1 t} \left\{ -0,439 - 1,22 \cdot 10^7 t - 3,13 \cdot 10^{14} t^2 \right\} \\ &\quad + E_0 \varepsilon^{a_2 t} \left\{ +0,439 - 1,62 \cdot 10^6 t + 0,533 \cdot 10^{12} t^2 \right\} \\ e_{v3} &= E_0 \varepsilon^{a_1 t} \left\{ +0,184 - 0,1 \cdot 10^6 t - 3,13 \cdot 10^{14} t^2 \right\} \\ &\quad + E_0 \varepsilon^{a_2 t} \left\{ -0,184 + 1,112 \cdot 10^6 t + 0,533 \cdot 10^{12} t^2 \right\} \end{aligned}$$

Die Funktionen e_v und e_{c2} sind in Kurven dargestellt worden in den Fig. 22 und 23. Folgende Tabelle gibt einige Kurvenpunkte. Es mag noch erwähnt sein, dass auch die letzte Kurve e_{c2III} im Anfangspunkt die Abszissenaxe berührt. Das heisst, dass auch $\left(\frac{de_{c2III}}{dt}\right)_{t=0} = 0$ ist. Physikalisch ist dies ohne weiteres einleuchtend, da keine Welle auf dem Messkabel Z_2 unendlich steil ist, sondern mit endlicher Geschwindigkeit anwächst. Dementsprechend geht die Aufladung von C_2 anfänglich mit dem Ladestromwert Null beginnend, das heisst zuerst unendlich langsam vor sich.

Tabelle der als Beispiel berechneten ersten drei Spannungswellen am Spannungsteiler C_2 und am Oszillograph beim Eintreffen einer rechteckigen Hochspannungswelle E_0 auf C_1 (siehe Fig. 11).

Zeitpunkt t	$e_{c2I} =$ $\frac{2 E_0}{Z_1 C_2 (a_1 - a_2)} \cdot (\varepsilon^{a_1 t} - \varepsilon^{a_2 t})$ $= -0,23 E_0 (\varepsilon^{a_1 t} - \varepsilon^{a_2 t})$	$e_{c2II} =$ (Formelwert Seite 24) $= \varepsilon^{a_1 t} \times$ $(-0,485 - 12,1 \cdot 10^6 t)$ E_0 $+ \varepsilon^{a_2 t} \times$ $(+0,485 + 0,508 \cdot 10^6 t)$ E_0	$e_{c2III} =$ (Formelwert Seite 26) $= \varepsilon^{a_1 t} (-0,439 - 1,22 \cdot 10^7 t$ $- 3,13 \cdot 10^{14} t^2)$ E_0 $+ \varepsilon^{a_2 t} (0,439 + 1,62 \cdot 10^6 t$ $+ 0,533 \cdot 10^{12} t^2)$ E_0
0	0	0	0
$\frac{1}{4} \cdot 10^{-7}$	$-0,23 \left(\frac{E_0}{2,17} - \frac{E_0}{1,20} \right) = +0,086 E_0$	$+0,047 E_0$	$-0,034 E_0$
$\frac{1}{2} \cdot 10^{-7}$	$-0,23 \left(\frac{E_0}{4,70} - \frac{E_0}{1,435} \right) = +0,111 E_0$	$+0,124 E_0$	$-0,026 E_0$
$\frac{3}{4} \cdot 10^{-7}$	$-0,23 \left(\frac{E_0}{10,2} - \frac{E_0}{1,715} \right) = +0,1115 E_0$	$+0,168 E_0$	$+0,023 E_0$
$1 \cdot 10^{-7}$	$-0,23 \left(\frac{E_0}{22,1} - \frac{E_0}{2,06} \right) = +0,102 E_0$	$+0,1834 E_0$	$+0,087 E_0$
$\frac{3}{2} \cdot 10^{-7}$	$-0,23 \left(\frac{E_0}{105} - \frac{E_0}{2,96} \right) = +0,076 E_0$	$+0,166 E_0$	$+0,146 E_0$
$2 \cdot 10^{-7}$	$-0,23 \left(\frac{E_0}{490} - \frac{E_0}{4,24} \right) = +0,054 E_0$	$+0,132 E_0$	$+0,154 E_0$
$3 \cdot 10^{-7}$	$-0,23 \left(\frac{E_0}{10700} - \frac{E_0}{8,77} \right) = +0,026 E_0$	$+0,072 E_0$	$+0,081 E_0$
$5 \cdot 10^{-7}$	$-0,23 \left(0 - \frac{E_0}{37,1} \right) = +0,0062 E_0$	$+0,0199 E_0$	$+0,037 E_0$
10^{-6}	$-0,23 \left(0 - \frac{E_0}{1400} \right) = +0,0002 E_0$	$+0,00072 E_0$	$+0,0019 E_0$

Zeitpunkt t	$2 e_{v_1} = 1.$ Teilspannung am Oszillograph $= 2 e_{c2I}$	$2 e_{v_2} = 2.$ Teilspannung am Oszillograph $= 2 (e_{c2II} - e_{v_1})$ $= \varepsilon a_1 t$ $(-0,255 - 12,1 \cdot 10^6 t) \cdot 2 E_0$ $+ \varepsilon a_2 t$ $(0,255 + 0,508 \cdot 10^6 t) \cdot 2 E_0$	$2 e_{v_3} = 3.$ Teilspannung am Oszillograph $= 2 (e_{c2III} - e_{v_2})$ $= \varepsilon a^1 t (-0,184 - 0,1 \cdot 10^6 t$ $- 3,13 \cdot 10^{14} t^2) \cdot 2 E_0$ $+ \varepsilon a_2 t (+0,184 + 1,112 \cdot 10^6 t$ $+ 0,533 \cdot 10^{12} t^2) \cdot 2 E_0$
0	0	0	0
$\frac{1}{4} \cdot 10^{-7}$	+ 0,086 (2 E_0)	- 0,034 (2 E_0)	0
$\frac{1}{2} \cdot 10^{-7}$	+ 0,111 (2 E_0)	+ 0,0125 (2 E_0)	- 0,039 (2 E_0)
$\frac{3}{4} \cdot 10^{-7}$	+ 0,1115 (2 E_0)	+ 0,057 (2 E_0)	- 0,034 (2 E_0)
$1 \cdot 10^{-7}$	+ 0,102 (2 E_0)	+ 0,082 (2 E_0)	- 0,005 (2 E_0)
$\frac{3}{2} \cdot 10^{-7}$	+ 0,076 (2 E_0)	+ 0,093 (2 E_0)	+ 0,054 (2 E_0)
$2 \cdot 10^{-7}$	+ 0,054 (2 E_0)	+ 0,079 (2 E_0)	+ 0,075 (2 E_0)
$3 \cdot 10^{-7}$	+ 0,026 (2 E_0)	+ 0,046 (2 E_0)	+ 0,062 (2 E_0)
$5 \cdot 10^{-7}$	+ 0,0062 (2 E_0)	+ 0,014 (2 E_0)	+ 0,0235 (2 E_0)
10^{-6}	+ 0,0002 (2 E_0)	+ 0,00055 (2 E_0)	+ 0,0013 (2 E_0)

Durch Superposition der Kurven $2 e_v$ erhält man die am Oszillograph gemessene Spannung. Dabei beginnt die 1. Teilwelle $2 e_{v_1}$ am Oszillograph im Zeitpunkt T nach dem Auftreffen der Hochspannungswelle E_0 auf die Spannungsteilung $C_1 \div C_2$, sofern mit T die Laufzeit einer Welle über das Messkabel Z_2 bezeichnet ist. Die 2. Teilwelle $2 e_{v_2}$ beginnt am Oszillograph im Zeitpunkt $3 T$, die 3. Teilwelle $2 e_{v_3}$

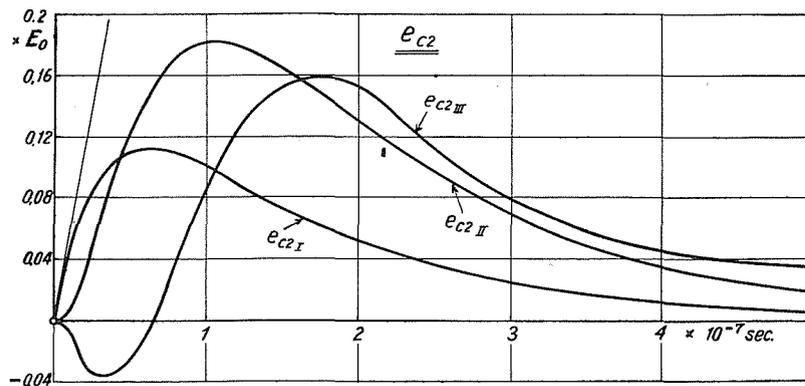


Fig. 22.
Teilspannungen am Kondensator C_2 des Schemas Fig. 11.

im Zeitpunkt $5 T$ usw. Die resultierende Spannung strebt infolge der verflachenden Wirkung der Kapazität C_2 einem bestimmten Grenzwert zu. Er ist aus der Summe der Kurven schwierig zu berechnen, wohl aber aus der einfachen Ueberlegung, dass nach Abklingen der Wellenschwingung sich das Spannungsteilverhältnis vom Wert $\frac{C_1}{C_1 + C_2}$ auf den Wert $\frac{C_1}{C_1 + C_2 + C_k}$ vermindert hat. Mit C_k ist dabei die statische Kapazität des Messkabels bezeichnet.

Aus der Kapazität C_k und dem Wellenwiderstand Z_2 des Messkabels lässt sich die Laufzeit T einer Welle bestimmen.

Es gelten die Beziehungen:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Wellenwiderstand} \quad Z_2 = \sqrt{\frac{\mathcal{L}}{C_k}} \\ \text{Wellengeschwindigkeit} \quad v_2 = \frac{L}{\sqrt{\mathcal{L} \cdot C}} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{mit } \mathcal{L} = \text{Induktivität des Messkabels,} \\ L = \text{Länge des Messkabels.} \end{array}$$

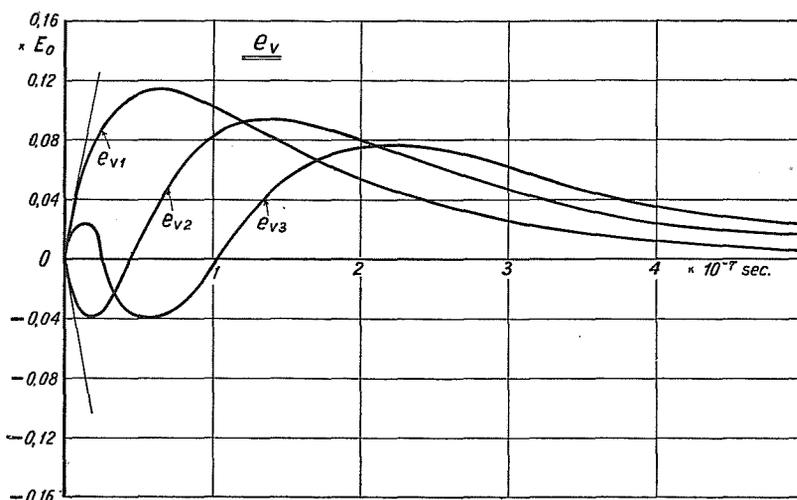


Fig. 23.

Teilspannungswellen vom Kondensator C_3 zum Oszillograph C_3 in Fig. 11.

Das gibt für die Laufzeit $T = \frac{L}{v_2} = C_k Z_2$. Der zeitliche Abstand zweier Teilwellen am Oszillograph beträgt somit $2T = 2C_k Z_2$.

Die Kurven der Fig. 24 und 25 geben für zwei verschieden lange Messkabel den Beginn der am Oszillograph auftretenden Spannung, wenn eine unendlich steile Welle E_0 auf die Spannungsteilung $C_1 \div C_2$ trifft.

In Fig. 24 ist gewählt:

$$\left\{ \begin{array}{l} C_k = C_2 = 9 \cdot 10^{-10} F \\ T = C_k \cdot Z_2 = 0,365 \cdot 10^{-7} s \\ 2T = 0,73 \cdot 10^{-7} s \\ \frac{(e_{osz})_{t=\infty}}{2 E_0} = \frac{C_1}{C_1 + C_2 + C_k} = \frac{1}{7} = 0,143. \end{array} \right.$$

In Fig. 25 gilt:

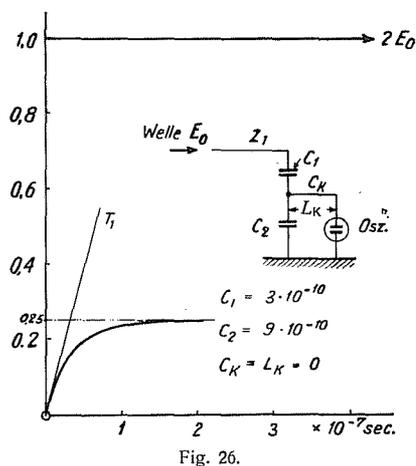
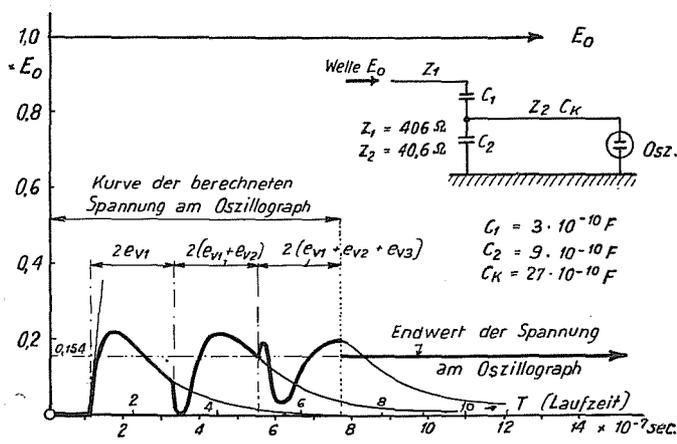
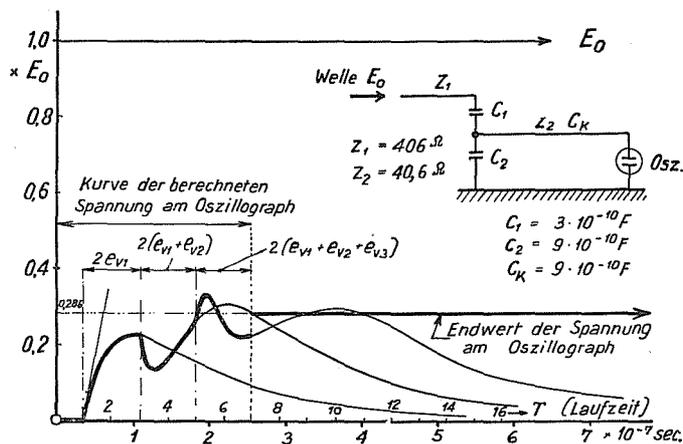
$$\left\{ \begin{array}{l} C_k = 3 C_2 = 27 \cdot 10^{-10} F \\ T = C_k Z_2 = 1,095 \cdot 10^{-7} s \\ 2T = 2,19 \cdot 10^{-7} s \\ \frac{(e_{osz})_{t=\infty}}{2 E_0} = \frac{C_1}{C_1 + C_2 + C_k} = \frac{1}{13} = 0,077. \end{array} \right.$$

Zum Vergleich ist in Fig. 26 noch der Spannungsverlauf am Oszillograph bei verschwindend kurzem Messkabel dargestellt. Man sieht aus den Figuren deutlich, wie schlecht sehr steile Wellen abgebildet werden. Der Endwert wird erst nach vielen Laufzeiten T erreicht, sofern vom Ohmschen Widerstand des Messkabels abgesehen wird, wie das bei der Berechnung geschehen ist. Wird dieser in Betracht gezogen, so ist nach etwa 10- bis 20facher Laufzeit T der quasistationäre Endzustand

erreicht. Durch Einbau eines Zusatzwiderstandes in den Zug des Messkabels kann diese Zeit noch verkürzt werden. Die Art der Abbildung sehr steiler Wellen auf der Hochspannungsleitung Z_1 ist damit geklärt. Sie ist recht kompliziert. Die Spannungsteilung sendet überdies bei dem beschriebenen Wellenspiel auf der Messleitung Z_2 auch auf die Hochspannungsleitung Z_1 Impulse zurück, die um so stärker sind, je kleiner das Spannungsteilverhältnis ist. Bei genügend dämpfungsfreier und kurzer Hochspannungsleitung Z_1 kehren diese Impulse zur Spannungsteilung zurück nach der 2fachen Laufzeit über Z_1 . Der Prozess der Spannungsteilung ist in diesem Fall nach dem Abklingen des Wellenspiels auf Z_2 noch nicht fertig und wird sehr verwickelt. Zur Abbildung sehr steiler Wellen ist diese widerstandsfreie Schaltung nicht gut geeignet.

Der gezeigte Rechnungsgang erlaubt aber auch die Berechnung der Spannungsteilung für den Fall von Wellen mit exponentiell ansteigender Stirnform. Das Ergebnis ist ohne lange Rechnung klar: Die beschriebene Spannungsteilung genügt für Wellen, deren Fronten wesentlich länger sind als das Messkabel Z_2 .

Der Vorteil dieser Spannungsteilung beruht auf ihrer Einfachheit, insbesondere für sehr hohe Spannungen. Die vom Wellenspiel auf dem Messkabel Z_2 auf die Hochspannungsleitung zurückgesandten Impulse haben keine messtechnische Bedeutung; sie sind infolge des grossen Spannungsverhältnisses sehr klein. Als Kapazität C_1 kann z. B. eine Durchführung benutzt werden. In den Gewitter-Oszillogrammen dürfen aus diesen Gründen Einzelheiten, die sich in Bruchteilen einer Mikrosekunde abspielen, nicht auf den Blitzvorgang zurückgeführt werden. Umgekehrt sind Spannungsvariationen, die sich in Zeitintervallen mehrerer Mikrosekunden abspielen, sicher nicht



von der Spannungsteilung verursacht, sondern dem untersuchten Hochspannungsnetz oder dem Blitz zuzuschreiben.

2. Verminderung der Gewitterspannungshöhe infolge der Ableitung über den Messwiderstand.

Die Zeitkonstante der über den Messwiderstand von $10^5 \Omega$ geerdeten Fahrleitung beträgt mit den unter 2) und 6), Seiten 7 und 8 gegebenen Werten ($T = RC$):

	Leitung Forch-Rehalp oder Forch-Esslingen	Ganze Leitung Rehalp-Forch-Esslingen
Trocken	$10^5 \cdot 6,5 \cdot 0,0088 \cdot 10^{-6} = 0,0057 \text{ s}$	$10^5 \cdot 13,3 \cdot 0,0099 \cdot 10^{-6} = 0,0117 \text{ s}$
Nass	0,00245 resp. 0,0027 s	0,00516 s

Daraus ergibt sich, dass die Ableitung von Ladungen über den Widerstand von 10^5 Ohm und die Netzisolation auf die Höhe der infolge des Gewitters entstehenden Spannungen nurmehr unwesentlichen Einfluss hat, sofern die Dauer der Spannungsentstehung und damit die Aufnahmedauer eines Oszillogramms 10^{-3} s nicht erreicht.

Die Wirkung der Ableitung lässt sich nach Fig. 27 zahlenmässig berücksichtigen. Bezeichnet i den infolge des Gewitters auf der Leitung freiwerdenden oder ihr zufließenden Strom und i_2 den Verluststrom über R , dann gilt $i_2 = \frac{V}{R}$, wenn V die in den Oszillogrammen erscheinende Spannung bedeutet.

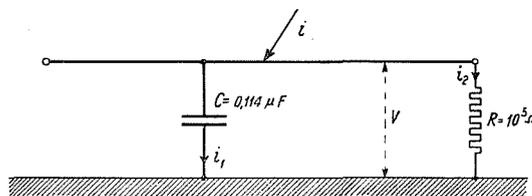


Fig. 27.
Spannungsabsenkung durch den Messwiderstand von $10^5 \Omega$.

Würde dieser Strom nicht abfließen können, so müsste er sich in der Kapazität C ansammeln und gäbe dort eine zusätzliche Spannungserhöhung

$$\Delta V = \frac{1}{C} \int_0^t i_2 \cdot dt = \frac{1}{C} \int_0^t \frac{V}{R} \cdot dt = \frac{1}{T} \int_0^t V dt$$

Dieses Integral kann aus jedem Oszillogramm einfach bestimmt werden. Die Zeitkonstante T wurde in der Tabelle oben bereits angegeben. Der prozentuale Fehler der maximal gemessenen Spannung V_{\max} wird:

$$\frac{\Delta V}{V_{\max}} = \frac{\int_0^{tm} V dt}{T \cdot V_{\max}} = \frac{V_{mi} \cdot \Delta T}{V_{\max} \cdot T}$$

Darin bedeutet ΔT das aus dem einzelnen Oszillogramm ersichtliche Zeitintervall bis zum Erreichen einer Spannung V_{\max} , ferner V_{mi} den linearen Mittelwert der bis dahin durchlaufenen Spannungskurve. Das ergibt bei dem in dieser Beziehung ungünstigsten Oszillogramm 4/56 eine um folgenden Bruchteil gegenüber der vollkommen isolierten Leitung kleinere Spannung

$$\frac{\Delta V}{V_{\max}} = \left(\frac{1}{2} \div \frac{2}{3} \right) \cdot \frac{\Delta T}{T} = \left(\frac{1}{2} \div \frac{2}{3} \right) \cdot \frac{0,8}{5,7} = 7 \div 10 \%$$

Bei 10^{-4} s Aufnahmedauer beträgt der maximal mögliche Unterschied zwischen den oszillographierten Spannungen und denjenigen der vollkommen isolierten Leitung noch höchstens ca. 1%. Auf die in noch kürzeren Zeitintervallen ersichtlichen Einzelheiten der Spannungskurvenform ist der Einfluss der Ableitung verschwindend, wie das auch daraus hervorgeht, dass der Widerstand des Spannungsteilers mehr als 200 mal grösser ist als der Wellenwiderstand der Fahrleitung. Vom Wellenstrom einer auftreffenden Wanderwelle dringt daher weniger als $\frac{1}{2}$ % in den Spannungsteilerwiderstand ein; der andere Teil wird reflektiert. Eine Beeinflussung von Wanderwellen durch die Ableitung nach Erde findet also nur in unmessbarem Betrag statt. Eine Korrektur kommt nur für längere Zeitabschnitte von über $\frac{1}{10000}$ s in Betracht, deren Höhe vorangehend gerechnet wurde. Aufnahmen derselben Kurzschlusswanderwellen mit und ohne Spannungsteiler haben diese Rechnung bestätigt.

Kapitel IV.

Tabelle der auf Seite 34 bis 38 gegebenen Oszillogramme.

Es konnten während der Gewitterperiode über 200 Oszillogramme aufgenommen werden. Eine Anzahl davon ist in den folgenden Tabellen beschrieben.

Oszillogramm	Datum der Aufnahme	Gemessen an Leitung	Leitung war	Zustand der Leitung	Oszillogramm ist ausgelöst durch	Anzahl Auslösungen resp. aufgez. Teilblitze	Lage des Blitzes		Witterung
							Richtung	Distanz von Forch km	
1/3	15. VII. 20 ⁰⁵	8 kV	In Betrieb	Trocken	1 Blitzschlag	2	SSW	3,3	Heiss u. trocken. Erstes sehr ausgedehnt. Sommergew. Wenige Regentropf.
1/4	15. VII. 20 ⁰⁷	8 kV	"	"	1 "	3	SSW	2,3	
2/19	4. VIII. 14 ¹¹	8 kV	In Betrieb	Trocken	vermutlich 1 Blitzschlag ¹⁾	max. 6	E	ca. 4	Trocken, schwül
2/21	4. VIII. 14 ¹⁵	8 kV	"	"	1 "	2	E	" 4	Trocken
2/23	4. VIII. 14 ¹⁷	8 kV	"	"	vermutlich 2 Blitze ¹⁾	4	E	" 5	Trocken
4/7	12. VIII. 19 ⁴²	Zü.+Essl.	In Betrieb mit W'strahlerder	Ueberwiegend trocken	2 Blitzschläge	je 1	SW	1,7	Ganz. Tag gewittrig, etwas Hagel, kurze Regenschauer Trocken
4/10	12. VIII. 19 ⁴⁴	"	"	"	1 Blitzschlag	2	SW	1,7	
4/26	12. VIII. 20 ⁰⁵	8 kV	In Betrieb	"	1 "	1	SE	ca. 4	Trocken
4/48	15. VIII. 3 ⁰⁸	Essl.	Ausser Betrieb	Trocken	1 Blitzschlag	1	SSE	3	Einzelne kräftige Regenschauer. Boden noch trocken, nach Gewitter nass
4/49	15. VIII. 3 ¹²	"	"	"	1 "	1	SSE	3	
4/51	15. VIII. 4 ⁰⁴	"	"	"	1 "	4	SSE	ca. 3	
4/52	15. VIII. 4 ⁰⁵	"	"	"	1 "	3	SSE	" 3	
4/55	15. VIII. 4 ¹⁰	"	"	"	1 "	3	SE	" 2	
4/56	15. VIII. 4 ¹¹	"	"	"	1 "	3	SE	" 1,5	
4/64	15. VIII. 4 ²²	"	"	"	1 "	3	ESE	" 1,5	
5/1	15. VIII. 15 ⁵³	Zü.	Ausser Betrieb	Ueberwiegend trocken	1 Blitzschlag	1	W	2	Gewitter hoch in Wolken, einzelne kurze Regenschauer
5/2	15. VIII. 16 ⁰¹	"	"	"	1 resp. 4 ²⁾	4	W	ca. 2	
5/14	15. VIII. 16 ⁴³	Essl.	"	"	1 Blitzschlag	3	SE	8	
5/21	15. VIII. 17 ³⁴	Essl.	Ausser Betrieb	Ueberwiegend trocken	Kein Blitz gesehen	4	-	-	Sturm, kein Blitz gesehen, Gewitter kam nicht zum Ausbruch
5/31	20. VIII. 23 ³⁹	Zü.+Essl.	Ausser Betrieb	Ueberwiegend trocken	1 Blitzschlag	3	WNW	1,7	Kurze heftige Regenschauer
5/33	20. VIII. 23 ⁴⁰	"	"	"	1 " ev. 2	max. 5	WNW	0,7	
5/35	20. VIII. 23 ⁴¹	"	"	"	1 " "	Viele	WNW	1	
5/38	20. VIII. 23 ⁴⁴	"	"	"	1 Blitzschlag	max. 3	WNW	1	
5/40	20. VIII. 23 ⁴⁵	"	"	"	1 "	3 ev. 2	WNW	1	
5/41	20. VIII. 23 ⁴⁵	"	"	"	1 "	4	WNW	1	
5/42	20. VIII. 23 ⁴⁶	"	"	"	1 " ev. 2	max. 6	WNW	1	
5/45	20. VIII. 23 ⁴⁸	"	"	"	1 " " 2	5	WNW	1	
5/48	20. VIII. 23 ⁴⁹	"	"	"	1 Blitzschlag	5	WNW	1	
7/4	26. VIII. 0 ⁵⁶	Zü.+Essl.	Ausser Betrieb	Ueberwiegend nass	1 Blitzschlag	2	WSW	3	Einzelne starke Regengüsse
7/6	26. VIII. 1 ⁰⁰	"	"	"	1 "	3	W	1,7	
7/8	26. VIII. 1 ⁰⁷	"	"	"	1 "	3	W	2,7	
7/14	26. VIII. 1 ¹⁸	"	"	"	1 "	7	WNW	ca. 5,3	
7/54	28. VIII. 5 ⁵⁸	Zü.	Ausser Betrieb	Ueberwiegend nass	1 Blitzschlag ³⁾	2	N	10-12	Anhaltender Regen
7/78	28. VIII. 6 ¹⁸	"	"	"	2 Blitzschläge	je 3	SW	0,7	
7/83	28. VIII. 6 ²⁵	Zü.+Essl.	In Betrieb	"	1 Blitzschlag	1 ÷ 2	SW	0,3-0,6	

¹⁾ Blitze schlecht sichtbar.

²⁾ 1 Blitz gesehen. 4 Auslösungen, Blitze schlecht sichtbar.

³⁾ Starke gleichzeitige Lichtschwankung, d. h. Erd- oder Kurzschluss im 8 kV-Netz resp. dessen Speiseleitung 45 kV. Einschlagstelle des Blitzes 10 ÷ 12 km nördlich der gemessenen Fahrleitung konnte genau ermittelt werden.

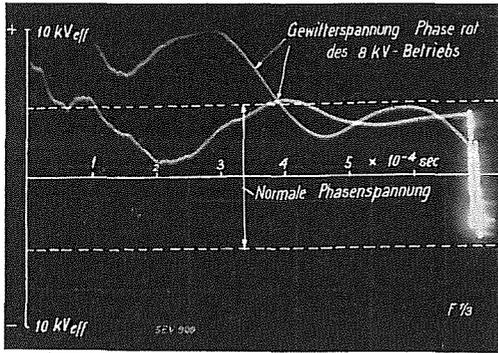


Fig. 28. — Osz. 1/3.

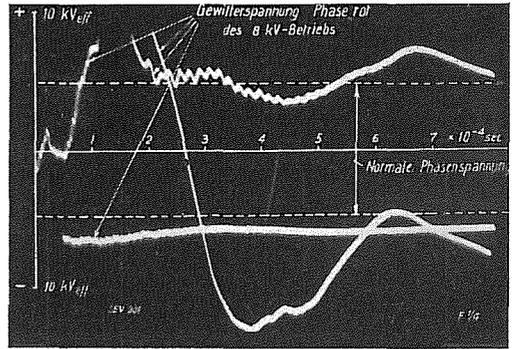


Fig. 29. — Osz. 1/4.

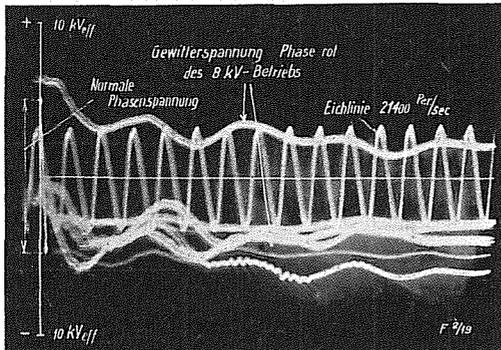


Fig. 30 — Osz. 2/19

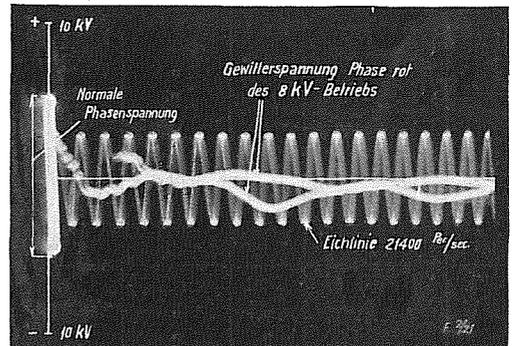


Fig. 31. — Osz. 2/21.

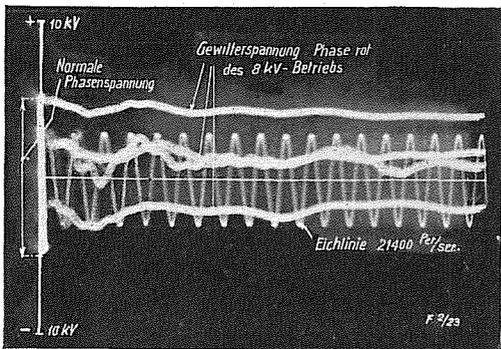


Fig. 32. — Osz. 2/23.

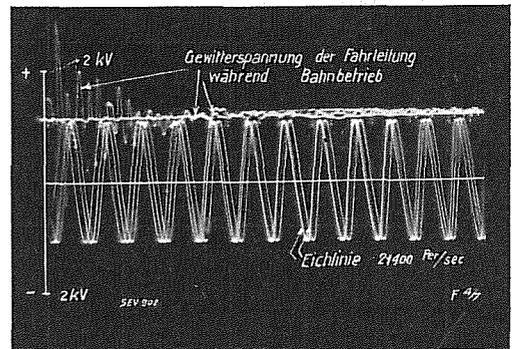


Fig. 33. — Osz. 4/7.

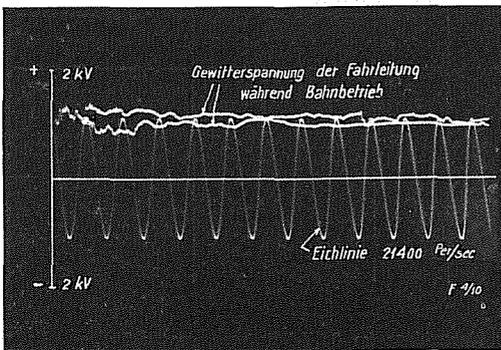


Fig. 34. — Osz. 4/10.

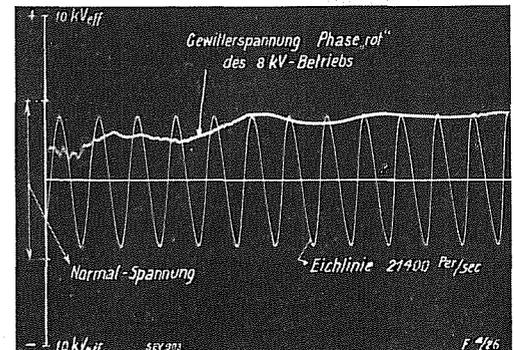


Fig. 35. — Osz. 4/26

Gewitterspannungs-Oszillogramme.

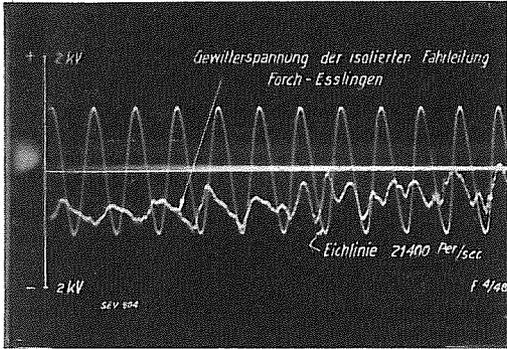


Fig. 36. — Osz. 4/48.

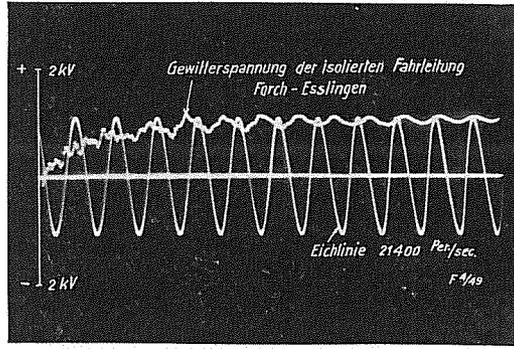


Fig. 37. — Osz. 4/49.

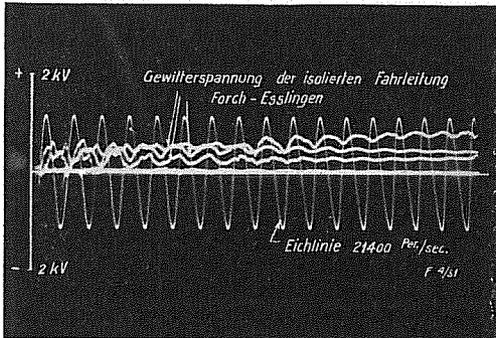


Fig. 38. — Osz. 4/51

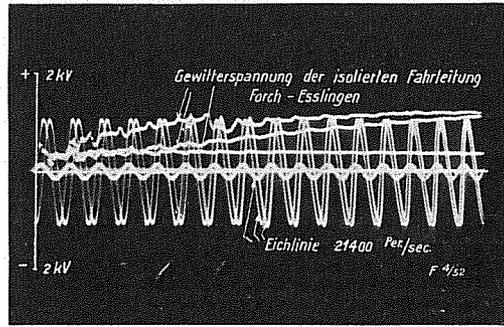


Fig. 39. — Osz. 4,52.

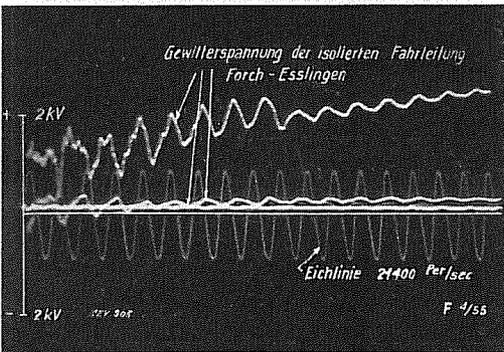


Fig. 40. — Osz. 4/55.

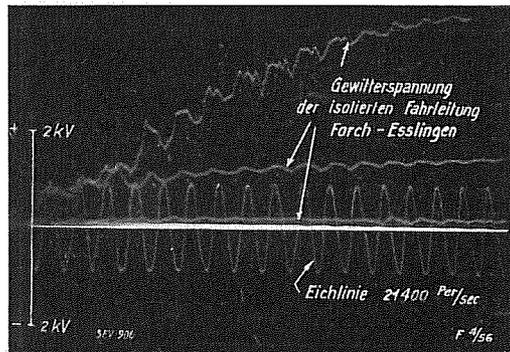


Fig. 41. — Osz. 4/56.

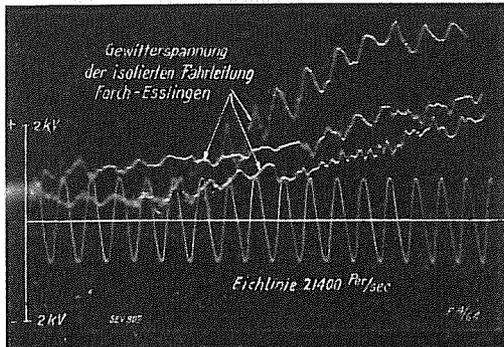


Fig. 42. — Osz. 4/64.

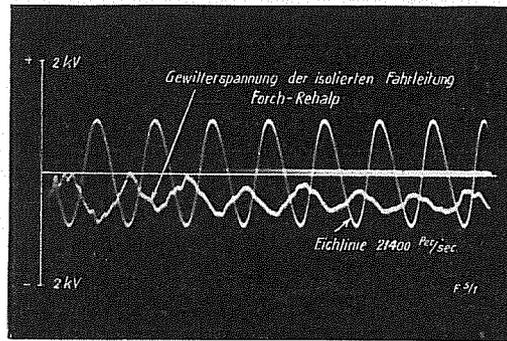


Fig. 43. — Osz. 5/1.

Gewitterspannungs-Oszillogramme.

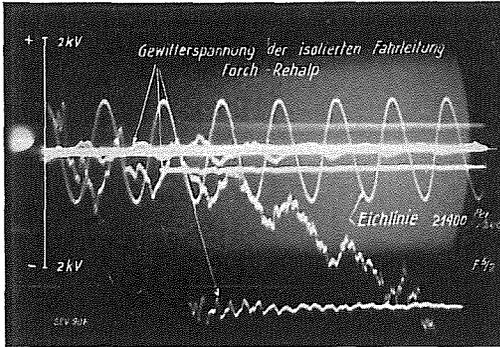


Fig. 44. — Osz. 5/2.

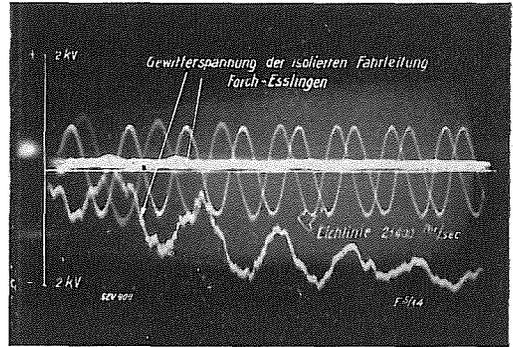


Fig. 45. — Osz. 5/14.

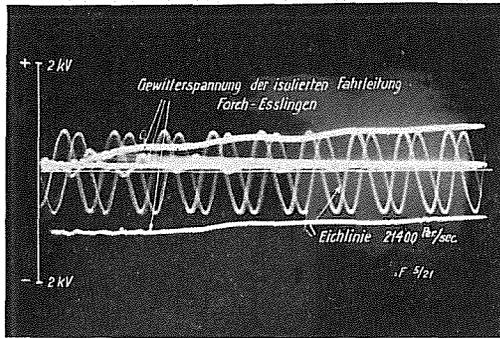


Fig. 46. — Osz. 5/21.

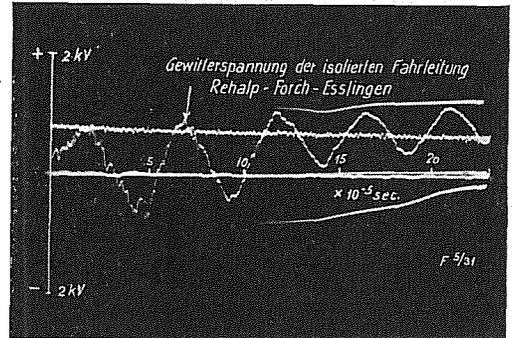


Fig. 47. — Osz. 5:1.

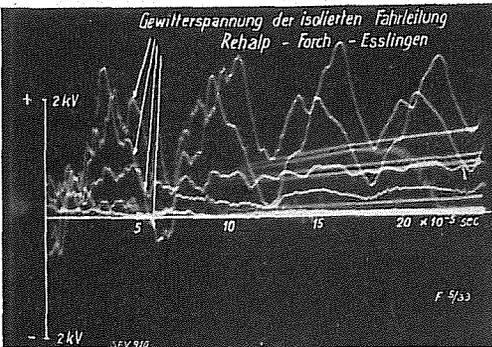


Fig. 48. — Osz. 5/33.

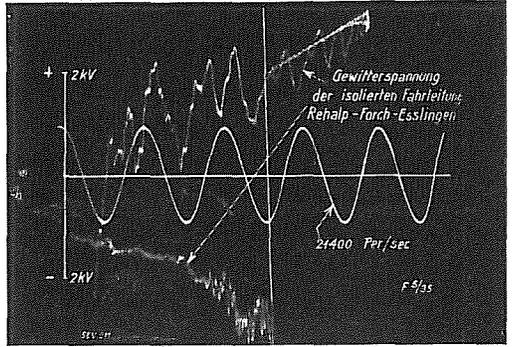


Fig. 49. — Osz. 5/35.

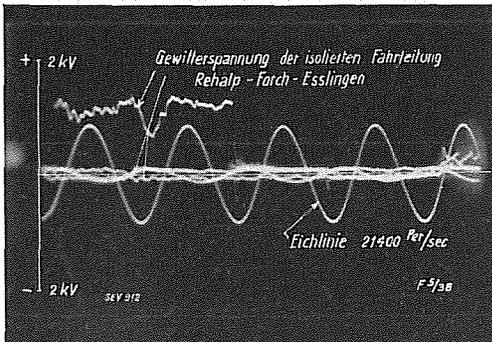


Fig. 50. — Osz. 5/38.

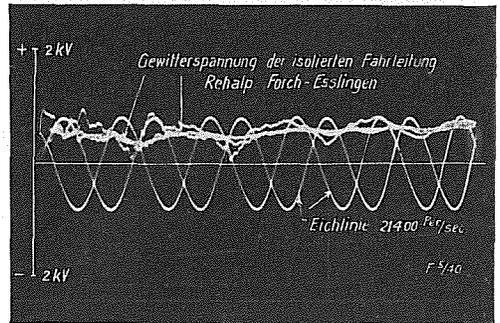


Fig. 51. — Osz. 5/40.

Gewitterspannungs-Oszillogramme.

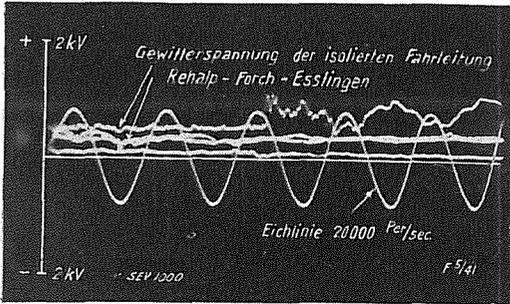


Fig. 52. — Osz. 5/41.

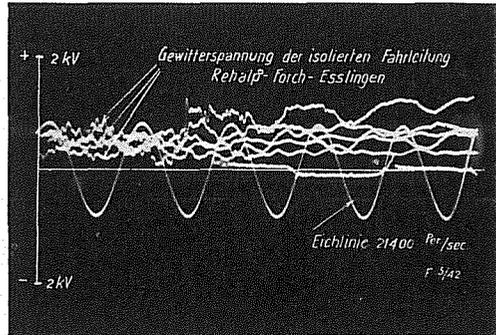


Fig. 53. — Osz. 5/42.

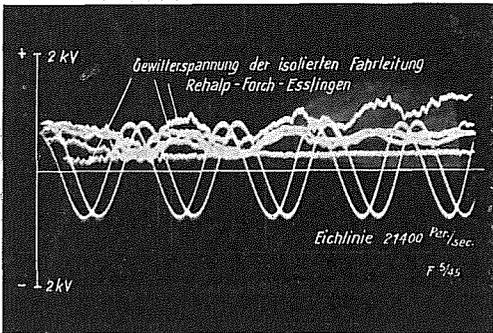


Fig. 54. — Osz. 5/45.

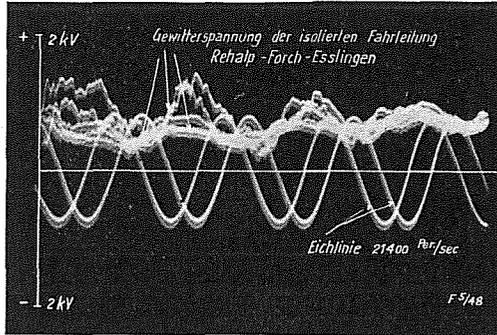


Fig. 55. — Osz. 5/48.

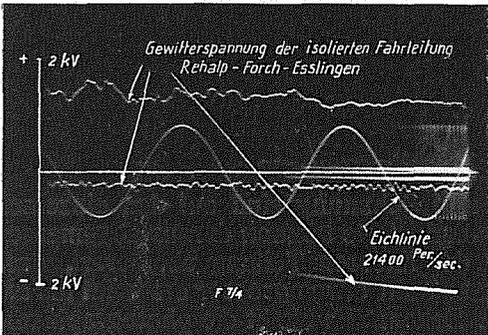


Fig. 56. — Osz. 7/4.

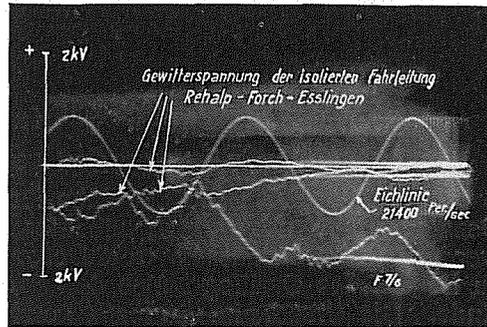


Fig. 57. — Osz. 7/6.

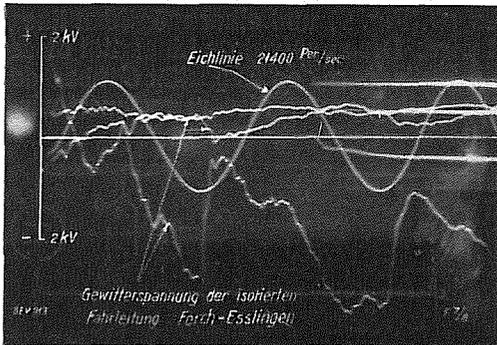


Fig. 58. — Osz. 7/8.

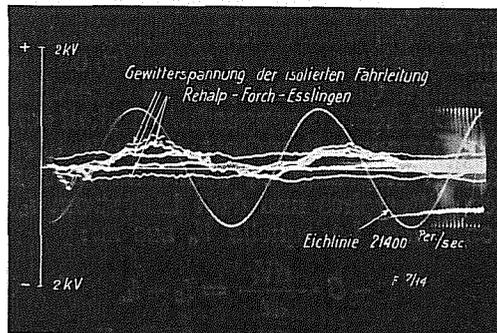


Fig. 59. — Osz. 7/14.

Gewitterspannungs-Oszillogramme.

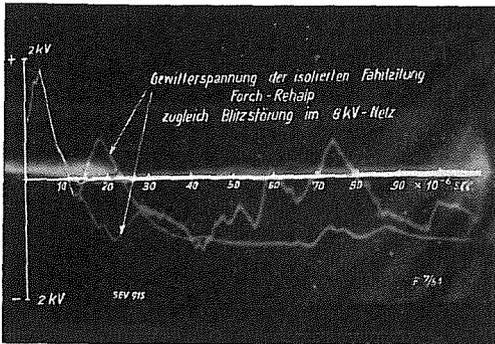


Fig. 60. — Osz. 7/54.

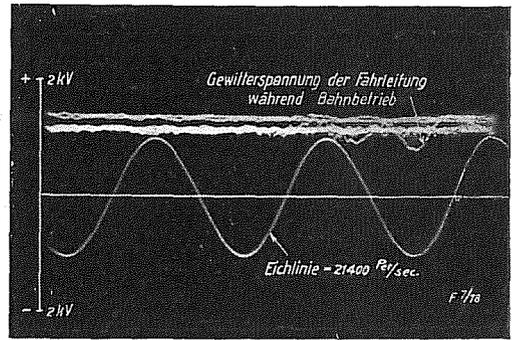


Fig. 61. — Osz. 7/78.

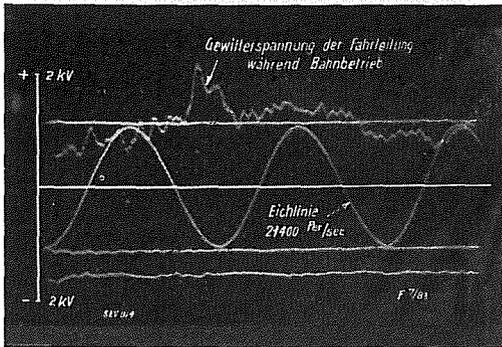


Fig. 62. — Osz. 7/83.

Gewitterspannungs-Oszillogramme

Kapitel V.

Erläuterungen zu den Oszillogrammen.

a) **Zeitmasstab.** Die Masstäbe für Zeit und Spannung sind auf den einzelnen Oszillogrammen angegeben; alle interessierenden Werte können daraus abgemessen werden. Der Zeitmasstab weicht etwas von der linearen Teilung ab, derart, dass zu Beginn des Oszillogramms derselbe Zeitabschnitt etwas grösser erscheint als am Ende. Die Ursache ist aus Fig. 63 ersichtlich. Bekanntlich bleibt die photographische Schicht bei der Aufnahme des Oszillogramms ruhig liegen. Die Aufzeichnung geschieht mit Hilfe einer Ablenkung des Kathodenstrahls längs der Zeitaxe des Oszillogramms, die mittels eines Ablenkplattenpaares p_2 (Fig. 9) und einer möglichst linear mit der Zeit veränderlichen Spannung erzeugt wird. Die annähernde Linearität dieser Hilfsspannung entsteht nach Fig. 63 durch die Entladung der Kapazität C über das gesättigte Gitterrohr G , das im Kipprelais eingebaut ist und von diesem gesteuert wird.

Die Aenderungsgeschwindigkeit der Ablenkspannung V_t rechnet sich aus der gesamten Kapazität C , dem Entladestrom i_E des Gitterrohrs und dem Ladestrom i_L der konstanten Ladequelle V_o aus zu:

$$-C \cdot \frac{dV_t}{dt} = i_E - i_L$$

oder
$$-C \cdot \frac{dV_t}{dt} = i_E - \frac{V_o - V_t}{R}$$

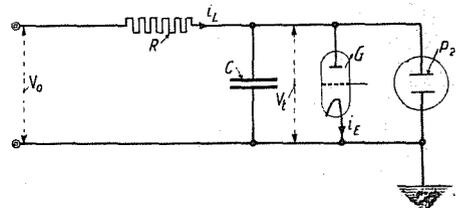


Fig. 63. Abweichung von der linearen Zeitaxe.

Damit genau lineare Zeiteilung auf den Oszillogrammen entsteht, müsste $\left| \frac{dV_t}{dt} \right|$ konstant sein. D. h. der Röhrenstrom i_e muss unabhängig von der Anodenspannung V_t sein (nicht genau erfüllt), und der Ladestrom i_L muss verschwinden gegen i_e . Letztere Forderung ist durch passende Wahl des Ladewiderstandes R beliebig weit erfüllbar. Beide genannten Forderungen sind nicht vollständig erfüllt, $\left| \frac{dV_t}{dt} \right|$ sinkt aus beiden Gründen bei tieferen Werten V_t , wodurch sich die beobachtete Erscheinung erklärt. Wo es auf grosse Genauigkeit ankommt, wird deshalb besser aus der gezeichneten *Eichfrequenz* zu jedem Zeitpunkt der zugehörige Zeitmasstab entnommen werden. Der Unterschied gegenüber linearer Zeitskala macht nur wenige Prozent aus. – Die Aufzeichnung der Eich-Sinuslinie hat überdies den Zweck, die Lage der Ordinatenaxe zur Zeitaxe an jeder Stelle genau zu fixieren. Da nämlich das Ablenkkfeld der kleinen Plattenkondensatoren im Oszillograph kein mathematisch homogenes Feld ist, ändert sich die Richtung der Ordinatenaxe etwas, je nachdem an welcher Stelle der Zeitaxe sie aufgezeichnet wird.

Insbesondere am Anfang und Ende der Zeitaxe, wo der Kathodenstrahl in die Nähe des Randfeldes der Ablenkkondensatoren kommt, kann der Winkel zwischen Zeit- und Ordinatenaxe von 90° abweichen. Die Eich-Sinuslinie erlaubt, die genaue Richtung der Ordinatenaxe für jede Halbwelle festzustellen.

b) **Spannungsmasstab.** Eine zweite Bemerkung betrifft den Spannungsmasstab. Dieser wird ebenfalls der Hochfrequenz-Sinuslinie entnommen; die Spannungswerte konnten an einem Instrument des Hochfrequenzgenerators stets abgelesen

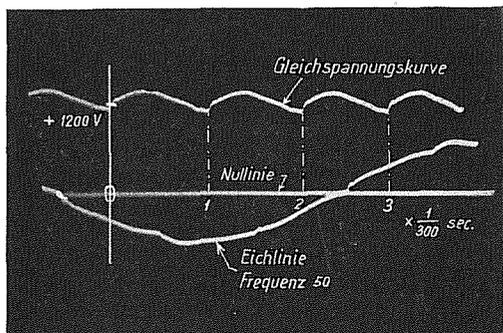


Fig. 64.

Fahrdrahtspannung im Leerlauf.

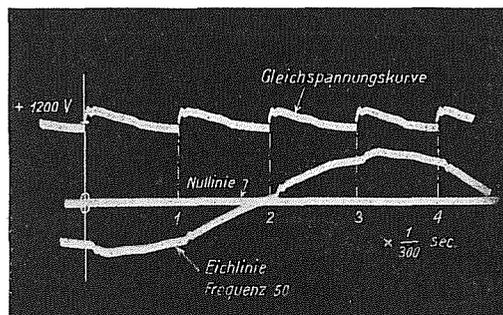


Fig. 65.

Fahrdrahtspannung bei $1,5 \times$ Normallast.

werden. Da die Axe der Sinuslinie zugleich die Nulllinie des Oszillogramms gibt, erübrigt sich die besondere Einzeichnung derselben durch den Kathodenstrahl, was bei lebhaftem Gewitter als angenehme Zeitersparnis empfunden wurde. Die Benutzung der Betriebsspannung der Bahnfahrleitung als Spannungseichlinie kommt nicht in Betracht, weil sich infolge der Welligkeit der Gleichrichterspannung stark streuende Werte ergeben. Dies ist ohne weiteres ersichtlich aus den beiden Figuren 64 und 65, welche die Gleichrichterspannung bei Leerlauf und bei ca. 1,5-facher Nennlast des Gleichrichters darstellen.

c) **Mehrfache Eichlinie.** Eine weitere Bemerkung betrifft die Oszillogramme mit mehrfacher Eich-Sinuslinie. Bei der Gewitteraufnahme wurde stets mit aufnahmebereitem Oszillograph gewartet, bis eine Auslösung der Einrichtung durch einen Blitz vorkam. Sobald eine solche erfolgt war, wurde sofort die messende Ablenkplatte des Oszillographen an die 21 400-Perioden-Stromquelle umgeschaltet und das Kipprelais nochmals künstlich ausgelöst, um die Eichlinie auf das Oszillogramm zu

zeichnen, worauf der Oszillograph wieder an die Gewitterleitung zurückgeschaltet werden musste. Erfolgte nun während dieser Zeit bereits eine zweite Blitzauslösung, so zeichnete sich damit eine weitere, eventuell noch mehrere Sinuslinien auf das Oszillogramm. Bei lebhaftem Gewitter ist hie und da die Aufzeichnung der Eichfrequenz aus Zeitmangel, und um keine Blitzregistrierung zu verpassen, weggelassen worden; in diesem Falle wurde die Eichung den benachbarten Oszillogrammen entnommen.

d) **Wanderwellenschwingung der Leitung.** Um das Verhalten der Fahrleitung bei reproduzierbaren Wanderwellen kennen zu lernen, besonders um zu erfahren, ob die vielen feinen Zacken der Gewitter-Oszillogramme im Verhalten der Leitung und der Messeinrichtung begründet seien, wurde der Spannungsverlauf bei plötz-

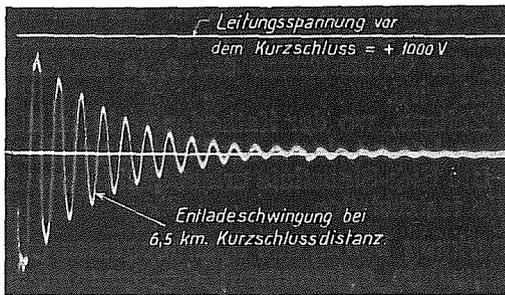


Fig. 66 a.

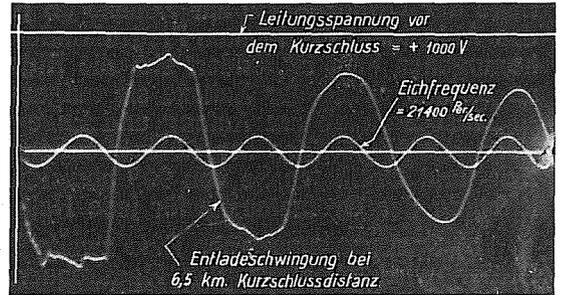


Fig. 66 b.

Fig. 66.

Kurzschluss der Fahrleitung in 6,5 km Distanz vom Messpunkt Forch. 2 verschiedene Zeitmasstäbe.

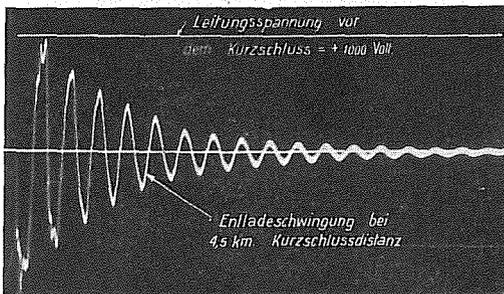


Fig. 67 a.

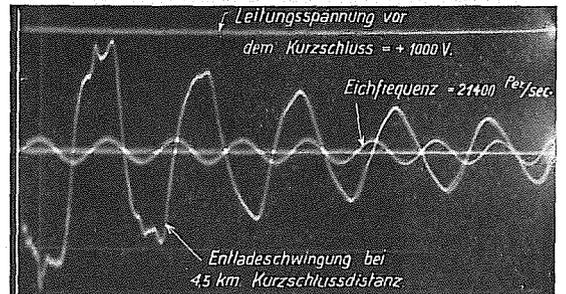


Fig. 67 b.

Fig. 67.

Kurzschluss der Fahrleitung in 4,5 km Distanz vom Messpunkt Forch. 2 verschiedene Zeitmasstäbe.

lichem Erdschluss der Fahrleitung (Kurzschluss) oszillographiert. Die Fig. 66 und 67 geben den Spannungsverlauf bei Station Forch, wenn die Leitung nach Rehalp einmal an ihrem Ende (Distanz 6,5 km), das anderemal in 4,5 km Distanz vom Oszillograph plötzlich an die Schiene geerdet wurde. Die Leitung war dabei vorangehend über einen 20000 Ohm-Vorschaltwiderstand auf + 1000 V aufgeladen. Aus den Bildern ist zu ersehen, dass die Spannungskurve ziemlich gut der theoretischen Erwartung entspricht, nämlich anfänglich rechteckförmige absteigende Treppenkurve, welche infolge der rascheren Abdämpfung der höhern Harmonischen bald in gedämpfte Sinuslinie übergeht, unter Verminderung der anfänglichen Steilheit der Wellenfront. Da die Fahrleitung, abgesehen von den kurzen Unregelmässigkeiten bei den Stationen, einer idealen Freileitung mit konstantem Wellenwiderstand infolge Fehlens jeder Abzweigung sehr nahe kommt, ist die gemessene Kurvenform verständlich. Die Wanderwellenfrequenz (Eigenfrequenz) der beiderseits offenen Fahrleitung beträgt ca. 19300 Per/s für die halbe Fahrleitung (6,5 km) und ca. 9600 Per/s

für die ganze Fahrleitung (13,3 km), wie bereits in Kapitel II angeführt wurde. Diese Werte sind gewonnen aus dem Vergleich der Spannungskurven mit einer Sinuslinie des Hochfrequenzgenerators, dessen Frequenz mit Wellenmesser bestimmt wurde.

e) **Aufgenommenes Zeitintervall.** Eine Bemerkung muss gemacht werden bezüglich der Grösse des in den einzelnen Oszillogrammen aufgenommenen Zeitintervalls. Aus den optischen Blitzphotographien von B. Walter⁴⁾ und andern wissen wir, dass der für das Auge als einmaliger Lichtstrahl erscheinende Blitz (*Gesamtblitz*) in sehr vielen Fällen aus mehreren zeitlich nacheinander folgenden *Teilblitzen* besteht, deren Zeitdistanz bis einige Zehntelsekunden betragen kann. Wollte man eine so lange Zeitspanne oszillographieren, so würden dabei alle Feinheiten, insbesondere Wanderwellenformen, nicht mehr erkenntlich sein. Für das Zustandekommen der Gewitterstörungen kommt nun vermutlich oft nicht die Summenwirkung aller Teilblitze zur Geltung, sondern jene irgend eines einzelnen davon. Ueberdies ist man bei Kenntnis des Spannungsverlaufs infolge der Teilblitze imstande, die Wirkungen der zeitlichen Aufeinanderfolge zu überlagern. Es kommt daher vorerst ein Zeitintervall in Betracht, das der Auswirkung eines Teilblitzes entspricht. Je nachdem man sich mehr um die Einzelheiten der Form der entstehenden Wanderwellen oder um einen mehr oder weniger abgeschlossenen Gesamtverlauf interessiert, kamen danach an der zur Verfügung gestandenen, hauptsächlich benutzten Fahrleitung Aufnahmedauern von ca. 10^{-4} bis 10^{-3} s zur Anwendung, deren Eignung sich durch Anfangsversuche ergab. Nach einer solchen Aufnahme führt dann das Kipprelais den Kathodenstrahl des Oszillographen automatisch und unsichtbar wieder in die Anfangslage (Wartstellung) zurück. Dazu ist eine Zeit erforderlich, die bei den oben genannten Aufnahmezeiten von 10^{-4} bis 10^{-3} s weitere $\frac{1}{50} \div \frac{1}{20}$ s dauert.

f) **Mehrfache Aufnahmen.** Der Oszillograph ist also nach rund $\frac{1}{20}$ s wieder zu neuen Aufnahmen bereit. Folgen in mindestens dem genannten Zeitabstand weitere Teilblitze oder sonstwie ausgelöste Spannungsschwankungen im beobachteten Netz, so zeichnet der Oszillograph über derselben Nulllinie (Zeitaxe) diese weitere Spannung auf, bevor man Zeit hat, das Filmband weiter zu schieben. So kommt es, dass bei vielen Aufnahmen nicht nur *eine* Gewitterspannungskurve, sondern mehrere solcher sehr rasch nacheinander aufgezeichneter Kurven vorkommen, welche in den meisten Fällen einem einzigen Gesamtblitzschlag zugehören. Die Reihenfolge der einzelnen Kurven bleibt dabei allerdings oft unbekannt; zum Teil ist sie daraus ersichtlich, dass bei Mehrfachaufnahmen einzelne Spannungskurven nicht ganz links beginnen, sondern irgendwo innert der gesamten Zeitaxenstrecke. Eine solche Kurve entsteht, wenn während des unsichtbaren Zurückfahrens des Schreibflecks über das Oszillogramm eine neue Blitzauslösung erfolgte; diese stellt daher nie den ersten Teilblitz dar. Dass es sich bei diesen Mehrfachauslösungen um zeitlich voneinander getrennte Spannungsentstehung handelt, geht daraus hervor, dass bei fortwährender Spannungsentstehung der zeichnende Kathodenstrahl vom Kipprelais andauernd am Endpunkt der Zeitaxenstrecke festgehalten würde. Eine Rückführung in die Nähe des Anfangspunktes der Zeitaxe wäre ausgeschlossen, weil das Kipprelais gewissermassen fortwährend aufs neue von den andauernden Spannungsvariationen ausgelöst würde. Rückführung des Kathodenstrahls ist nur möglich in Spannungsruhepausen von mindestens $\frac{1}{20} \div \frac{1}{50}$ s.

⁴⁾ B. Walter: Ann. d. Physik 1903, Bd. 10.
Ann. d. Physik 1905, Bd. 18 oder Meteorol. Z. 1906, Bd. 23.
Ann. d. Physik 1906, Bd. 19 oder Meteorol. Z. 1911, Bd. 28.
Phys. Zeitschr. 1913, Bd. 13 und 14.
Phys. Zeitschr. 1918, Bd. 19.

Weitere Blitzphotographien sind angeführt in:
K. Kähler, Die Elektrizität der Gewitter, Sammlung Borntträger 1924, Bd. 3.

Bei den *Messungen am 8-kV-Drehstromnetz* erscheint die Gewitterspannung der normalen Wechselspannung überlagert. Da letztere in etwa 10^{-3} bis 10^{-4} s nur wenig ändert, d. h. sozusagen auf einem momentanen Wert verharrt, so kann als Nulllinie der Gewitterspannung irgendeine zur Zeitaxe parallele Gerade vorkommen, deren Abstand von der Mittellinie dem jeweiligen momentanen Wert der Betriebswechselspannung entspricht. Mehrere hintereinander folgende Auslösungen besitzen daher in diesen Bildern meist auseinander gerückte Nulllinien, deren äusserste Lagen aber durch den Maximalwert der Phasenspannung resp. verketteten Spannung begrenzt sind.

g) **Oszillogramme mit zwei Zeitmasstäben.** Die Unmöglichkeit, mit einem Oszillograph zwei verschieden lange Zeitintervalle photographisch festzuhalten, führte zu einem Notbehelf. Bei einzelnen Oszillogrammen wurde das Kipprelais so eingestellt, dass nach Ablauf der kurzen Aufnahmedauer der Kathodenstrahl am Ende der Zeitaxe kurze Zeit abgelenkt stehen blieb und sodann in geschwächtem Mass und ca. 50mal langsamer als beim Hinweg über den Film zurückstrich und erst im Verlaufe des Zurückstreichens allmählich gesperrt wurde. Der Zeitmasstab für diesen Rückwärtsgang ist nicht mehr linear, sondern angenähert exponentiell, wie auch aus der fein gezeichneten 21400-periodigen Sinuslinie zu ersehen ist, welche den betreffenden Zeitmasstab wieder angibt, z.B. Osz. 7/6, 7/8, 7/14.

In vielen Fällen zeigt sich bei diesem Rückwärtsgang, d. h. rund eine hundertstel Sekunde nach Beginn des Vorganges, nur noch ein Ausklingen der entstandenen Spannung. In einzelnen Fällen tritt aber gerade in diesem Zeitabschnitt wieder ein neuer Spannungsschoss auf, 5/33, 7/8, oder eine langsame Aufladung 5/31, 7/14.

Kapitel VI.

Diskussion der Oszillogramme.

Wir können nunmehr auf die Resultate der Oszillogramme eingehen.

a) **Dauer des Gesamtblitzes.** Der erste auffallende Punkt bei Betrachtungen des Spannungsverlaufs der Oszillogramme ist derjenige der grossen Mannigfaltigkeit und Kompliziertheit. Wie sich aus den optischen Blitzbildern von B. Walter⁵⁾ vermuten liess, besteht auch die elektrische Einwirkung auf das Netz sehr oft nicht aus nur einem Stoss, sondern aus mehreren getrennten Einzelstössen, deren Zeitdistanz die Auslöseperiode der Einrichtung (ca. $\frac{1}{20} \div \frac{1}{50}$ s) erreicht oder übersteigt. Es werden daher häufig von einem Gesamtblitzschlag mehrere Spannungskurven rasch nacheinander aufgezeichnet. Da die freie Schwingung der Leitung innert solcher Zeit abklingt, dass eine zweite Auslösung durch sie nicht in Frage kommt, so sind die mehrfachen Gewitterspannungskurven ausschliesslich durch die grosse Zeitdistanz der Einzelschläge eines Gesamtblitzschlages bedingt. Blitze mit drei Teilschlägen sind sehr häufig. Das Maximum stellt ein Blitz mit 7-facher Auslösung dar, womit die Gesamtdauer des Schlags $\frac{1}{10}$ s übersteigt. Dies stimmt mit den optischen Beobachtungen Walters u. a. überein.

b) **Wanderwellen-Charakter der Einzelspannungskurven.** Betrachtet man weiter eine solche Einzelspannungskurve, so findet man auch darin in den meisten Fällen noch keinen einfachen Vorgang, wie er z. B. durch einen Funkenüberschlag zwischen Metallelektroden ausgelöst würde. Vorerst erkennt man in den Oszillogrammen den *Wanderwellen-Charakter* der entstandenen Spannungen. Diese Erscheinung ist besonders deutlich zu beobachten bei Ausserbetriebsaufnahmen an der beiderseits offenen Fahrleitung der Forchbahn. Die Periodendauer der zugehörigen freien Leitungsschwingung der Fahrleitungsstrecke Forch-Realp oder angenähert auch Forch-Esslingen beträgt $\frac{1}{19300}$ s; es ist angenähert die Zeit, in welcher eine Welle über die genannte Strecke hin- und zurückläuft. Die Schwingung der ganzen Fahrleitung Rehalp-Forch-Esslingen braucht etwas mehr als doppelte Zeit, also $\frac{1}{9600}$ s Periodendauer. An der in diesem Fall nicht mehr am Leitungsende, sondern in deren Mitte liegenden Messtelle Forch jedoch erscheint der Wellenvorgang abwechselungsweise von beiden Seiten her, was für den dortigen zeitlichen Spannungsverlauf gleichgültig ist, so dass die Frequenz der am Oszillograph erscheinenden Wanderwellenschwingung wieder gleich hoch ist, wie am Ende der halben Leitung, nämlich ca. 19300 Per/s.

Diese Wanderwellenfrequenz ist in allen Oszillogrammen, die bei ausser Betrieb befindlicher Fahrleitung aufgenommen wurden, mehr oder weniger deutlich zu erkennen.

Für die während des Bahnbetriebes aufgenommenen Oszillogramme hingegen bildet die Station Forch als Speisepunkt kein offenes Leitungsende mehr; Oszillogramm 4/10 stellt ein Beispiel vieler derartiger Oszillogramme dar, das während des Bahnbetriebes im Moment eines Blitzschlages entstanden ist. Der Wanderwellencharakter der Spannungskurven kommt in diesen Bildern nur recht schwach zum Ausdruck infolge der Erdkapazität und der Stromquellen der Station. Beide üben auf die Spannung im Speisepunkt einen verflachenden Einfluss aus. Die Spannungsschwankungen sind in diesen Oszillogrammen praktisch meist bedeutungslos. Doch kommen auch andere Fälle vor; z. B. Oszillogramm 4/7 und 7/83. Wir werden darauf zurückkommen.

Der Wanderwellencharakter der ausgelösten Spannungen tritt weniger deutlich auch in den Oszillogrammen des 8 kV-Drehstromnetzes zu Tage. Die Grundfrequenz beträgt hier ca. 6000 Per/s, in einem Fall (Oszillogramm 1/4) noch weniger. Dies ist aus der grösseren Netzausdehnung, die je nach dem Schaltzustand des Netzes ändern kann, leicht erklärlich. Die vielen Abzweige und Transformatoren-

⁵⁾ B. Walter, l. c.

stationen bewirken die Verflachung der Schwingung, so dass eine grosse Steilheit der eintreffenden Wellenzüge oder gar eine annähernd rechteckförmige Kurve nicht wahrgenommen wird. Die geringe Dämpfung der Wanderwellen, besonders auf der Fahrleitung, ist bei den relativ kleinen gemessenen Gewitterspannungen von einigen kV nicht verwunderlich, da ein Koronaeffekt dabei noch nicht in Frage kommt.

c) **Form der Wanderwellen.** Betrachten wir nunmehr *die Form der ausgelösten Wanderwellen*. Bei den hiefür besonders lehrreichen Oszillogrammen 5/35, (5/48), 7/6, 7/8, (7/14), 5/33, 4,48, 4,51, 4/52, 4/55, 4/56, 4/64, 5/1, 5/2, 5/14, 5/31 erkennen wir folgendes: Die Form der Wanderwellen bleibt nach Ablauf der ersten Perioden z. T. dieselbe bis auf die zu erwartende, durch die raschere Abdämpfung der Feinheiten bedingte Verschleifung oder Abrundung der Welle. In diesem Bereich haben wir es mit einem reinen freien Wellenspiel auf der Leitung zu tun. Dies trifft aber nicht zu für den Anfang des Vorganges, d. h. für die erste oder die paar ersten Perioden. Mit andern Worten: der atmosphärische Vorgang, der die einzelne Spannungskurve auslöst, hat in vielen Fällen eine der mehrfachen Laufzeit der Wellen über die Leitung vergleichbare Dauer (einige 10000stel Sekunden). Während bei einzelnen Spannungskurven von 7/14 die schwache Formänderung der Welle vielleicht bereits von der abgelaufenen ersten Welle an durch die Wellendämpfung auf der Leitung erklärt werden kann, ist in den weitaus meisten Bildern eine unzweifelhafte Formänderung der Welle nach der ersten Periode des Wellenspiels deutlich erkennbar, die nicht durch Dämpfung erklärt werden kann. Bei den Oszillogrammen 4/64, 5/1, 5/2, 4/48, 4/52, 4/56, 4/51 u. a. treten z. B. während mehrerer Perioden der Wanderwellenschwingung fortwährend oder mit Ruhepausen erneute Blitzspannungen auf, oft nur kleine unerwartete Spannungssprünge, einzeln oder gruppenweise, oft verbunden mit einer Veränderung des mittleren Leitungspotentials, das sich aus der Mittellinie der Spannungskurve ergibt. Solche plötzlich erneute Spannungssprünge sind z. B. auch ersichtlich aus den Oszillogrammen 5/41 und 5/42. Die daraus zu ziehenden Schlüsse sind besonders wertvoll für die Erklärung des Blitzvorganges. Einzelne Kurven scheinen oft nach anfänglichen Zacken in das Ausschwingen der Leitung überzugehen; aber plötzlich setzen neue Zacken ein, siehe z. B. 4/55, 4/56. Bei wieder andern Oszillogrammen z. B. 5/33 ist man versucht, die letzten Perioden der Leitungsschwingung als freies Ausschwingen zu betrachten; doch beweist der deutliche mittlere Spannungsanstieg, dass der Vorgang der Spannungsentstehung auf der Leitung noch nicht abgeschlossen ist. Relativ langsame Spannungsänderungen der Leitung, bei denen der Wanderwellencharakter kaum ersichtlich ist, gehen aus sehr wenigen Oszillogrammen 5/21 und z. T. 4/52 hervor. Interessant ist, dass gerade Oszillogramm 5/21 nicht durch einen sichtbaren Blitzschlag entstanden ist, sondern bei stürmischem Wetter ohne Ausbruch des Gewitters auf der Forch, sondern erst ca. 70 km weiter ostwärts.

Solange man sich den Blitz als einen einheitlichen Schlag (Funken) vorstellt, ist man versucht, die vielen Täler und Berge der Gewitterspannungswelle durch die Verteilung, Grösse und Ladung der wirksamen Gewitterwolken zu erklären. In der Tat kommt es nur auf die Ablaufdauer des Blitzes an, ob sich in der Spannungswellenform die räumliche Verteilungskurve der vor dem Blitzschlag gebundenen Influenz-Ladungen auf der Leitung widerspiegelt. Matthias hat den Einfluss der allmählichen Ladungsfreigabe durch den Blitzschlag bereits diskutiert⁶⁾. Die von einer 2 km langen Gewitterwolke influenzierte Ladung auf der Leitung kommt nur dann annähernd formgetreu als Spannungswelle zur Ausbildung, wenn der wesentliche Teil des Blitzschlages innert ca. 3 μ s abgelaufen ist. Geschieht die Ladungsfreigabe langsamer, so kann ein Teil der Ladungen auf beiden Seiten der Leitung abfliessen, bevor andere Ladungen frei werden. Dadurch reduzieren sich Höhe und Steilheit der entstehenden Spannungswelle entsprechend: die Uebereinstimmung der

⁶⁾ Matthias, E. T. Z. 1927.

Wanderwellenform mit der Verteilungskurve der vorher gebundenen Influenzladungen geht verloren. Betrachten wir die Oszillogramme, so erscheint die Erklärung der vielen Zacken bei *plötzlicher* Spannungswellenentstehung innert einiger Mikrosekunden geradezu unmöglich, und zwar aus folgenden 3 Gründen:

1. Die erforderliche Wellenbeschaffenheit zur Erzielung der gemessenen Wellenform wäre unglaublich kompliziert; eine längere Welle als die auf der Leitungslänge platzfindende wäre bei momentaner Spannungsentstehung überhaupt unmöglich.

2. Die Oszillogramme zeigen, dass auch nach Entstehung der Wanderwellenperiode weitere wesentliche Formänderungen vorkommen, welche offenbar nur auf fortwährende oder erneute Blitzeinwirkungen zurückgeführt werden können. Diese letztern sind meist sehr zahlreich und erstrecken sich auf einige bis viele Perioden der Wellenschwingung; es ist logisch, auch in der ersten Zeit des Vorganges (d. h. während der ersten Periode der Leitungsschwingung) dasselbe anzunehmen; denn die Periodendauer der Leitungsschwingung hat mit dem Blitzvorgang ursächlich nichts zu tun.

3. Die Form einer Wanderwellenperiode müsste bei plötzlicher Entstehung der Spannungswelle infolge der beiderseits offenen Leitung eine Symmetrie aufweisen, welche davon herrührt, dass von der plötzlich freiwerdenden Ladung je die Hälfte zur rechten und linken Leitungsseite abströmt. Die erste Welle erreiche zuerst das Leitungsende, wo der Oszillograph aufgestellt ist: Dann muss nach weniger als einer Periode der Leitungsschwingung die andere Welle, die inzwischen am andern Leitungsende zurückgespiegelt wurde, in spiegelbildlicher Form eintreffen. Das Spiel beider Teilwellen ergäbe eine Spannungskurve am Oszillograph, welche an irgend einer Stelle der ersten Periode, sowie an den entsprechenden Stellen aller folgenden Perioden der Leitungsschwingung, eine axiale Symmetrie aufweisen müsste, sofern keine Wellendämpfung vorhanden ist. Letztere bewirkt eine unwesentliche, leicht zu übersehende Abweichung. Diese Symmetrie ist nun in keinem Falle nur angenähert vorhanden. Sie müsste bei irgendwelcher Ladungsverteilung auf der Leitung vorkommen, sofern nur die Freigabe der Ladungen innert einer sehr kurzen Zeit gegenüber der Laufzeit der Wellen über die Leitung stattfindet.

Aus diesen Beobachtungen geht hervor, dass die Gesamtspannungsform nicht durch die Verteilung der auf der Leitung vor dem Blitzschlag gebundenen Influenzladungen erklärt werden kann, sondern durch die verglichen mit der Wanderwellenperiode der Fahrleitung lange Dauer der Blitzentladung. Die elektrisch konstatierte Dauer eines Teilblitzes ist in allen beobachteten Fällen wesentlich grösser als ca. $\frac{1}{40000}$ s (Laufzeit einer Welle über ca. 6,5 km Fahrleitung) resp. ca. $\frac{1}{20000}$ s (Laufzeit über ca. 13 km Fahrleitung). Wie unter e) und f) gezeigt wird, scheint jedoch diese Teilblitzentladung resp. Gewitterspannungskurve aus vielen Stufen und Stössen zu bestehen, die wir *Elementarstösse* nennen wollen. Aus demselben Grund der langen Entstehungsdauer der Gewitterspannung ist es unmöglich, aus den Oszillogrammen die *Distanz des Gewitterstörungsherde*s vom Oszillogramm abzulesen, was andernfalls infolge der bei momentaner Spannungsentstehung auftretenden Symmetrie einfach wäre. Ein einzelner Elementarstoss hat sehr kurze Dauer, so dass für ihn eine momentane Ladungsbefreiung und damit Teilspannungsentstehung wahrscheinlich zutrifft; der Gesamtspannungsaufbau durch einen Teilblitz setzt sich aus vielen solchen elementaren Stufen zusammen, deren Gesamtdauer den freiwerdenden Ladungen in den meisten Fällen Zeit lässt, während des Freiwerdens weiterer Ladungen auf der Leitung abzufließen und sich zu zerstreuen.

Auf die Erklärung dieser interessanten Erscheinungen werden wir bei der Besprechung des Blitzvorganges zurückkommen.

d) **Steilheit der Wanderwellen.** Entsprechend den vorhergehenden Ausführungen ist zu erwarten, dass die *Steilheit der Gewitterspannungswellen* in sehr weiten Grenzen ändern kann, denn es ändern:

1. die Steilheit der einzelnen Spannungsstöße,
2. die Zeitdistanz, Grösse und Richtung der unmittelbar aufeinanderfolgenden Stöße.

Steile Spannungswellen konnten nur bei Nahgewitter gemessen werden, Oszillogramme 5/31, 5/33, 5/35, 7/8. Bei den ersten 3 Oszillogrammen befand sich das Gewitter (ein typisches Wärmegewitter) direkt über der Leitung Forch-Rehalp, allerdings in ziemlich grosser Höhe über dem Boden. Beim letzten Oszillogramm befand es sich schätzungsweise höchstens 200 m südlich der Leitung. Bei diesen Bildern kommen Steilheiten von einigen 1000 V auf wenige μs (ca. 1000 m Leitungslänge) vor.

Betrachtet man die Oszillogramme, so scheint die Grösse der Steilheiten viel stärker zu variieren, als die jeweilige Dauer eines einzelnen Elementar-Spannungsstosses, z. B. zeigt Oszillogramm 5/31 für beide Spannungslinien etwa dieselbe Stossdistanz trotz der verschiedenen Spannungshöhe. Aehnlich ist es in andern Bildern naher Blitze (Oszillogramme 5/41, 5/42). *Es ist daher möglich und wahrscheinlich, dass noch nähere Blitze weit grössere Spannungssprünge in etwa derselben Entstehungszeit von wenigen μs bringen werden*, dass, mit andern Worten, diese differenzielle Entstehungszeit eines Elementarstosses einen ungefähr konstanten Baustein der komplizierten Gesamterscheinung bildet.

e) **Blitzfrequenz.** Was die alte Frage der *elektrischen Frequenz der Blitzentladung* anbetrifft (schlechterdings „Blitzfrequenz“ genannt), so zeigen die Oszillogramme, vorläufig abgesehen von dem später noch zu besprechenden Oszillogramm 4/7, durchwegs folgendes:

1. eine Blitzfrequenz in dem Sinn, wie sie gelegentlich immer noch vermutet wird, nämlich als gedämpft schwingende Entladung im Blitzkanal, erkennbar an einer *regelmässigen* Periode der entstehenden Spannungswelle auf der Leitung, ist in keinem Fall zu konstatieren. Mit dieser Blitzfrequenz hat natürlich die bereits besprochene Frequenz der Wanderwellenschwingung der Leitung nichts zu tun. Die Entscheidung der Frage, ob die regelmässige Periode des Spannungsverlaufs auf der isolierten Fahrleitung von der Leitungseigenschwingung oder von einer aufgedrückten Blitzfrequenz herrührt, ist deshalb möglich, weil diese regelmässige Frequenz auf derselben Leitung stets denselben Wert hat. Ueberdies stimmt die Höhe der jeweiligen regelmässigen Frequenz mit der künstlich beliebig oft reduzierbaren Wanderwellenfrequenz überein. Aus beiden Gründen ist ersichtlich, dass die regelmässige Periode der Gewitterspannungskurven im Verhalten der Leitung und nicht im Verhalten des Blitzes begründet ist.

2. Es kommen oft Spannungssprünge vor, welche, oberflächlich betrachtet, einer solchen Schwingung gleichen. Oszillogramm 5/35 zeigt diese Erscheinung deutlicher als Worte: In der letzten rund 30 000stel Sekunde, bevor die Gewitterspannung zum Ueberschlag in der Anlage führt (ca. 6,5 kV), zuckt die Spannung lebhaft hin und her. Die Form der Spannungskurve hat aber genauer betrachtet viel eher den Anschein einer *nicht regelmässigen raschen Aufeinanderfolge von Elementarspannungsstößen*, als denjenigen einer regelmässigen Schwingung oder mehrerer solcher. Die Distanz zweier gleichgerichteter Stöße beträgt dort $1 \div 2 \mu s$ ($1 \div 2$ millionstel Sekunden). Interessanterweise wächst die Spannungsgrösse dieser Einzelstöße kurz vor dem Ueberschlag der Anlage stark an und überschreitet pro Stoss Werte von 1200 V. Abgesehen von der im Vergleich zu den theoretischen Voraussagen sehr viel höheren Frequenz könnte auch die Richtung der einzelnen Spannungsstöße durch eine elektrische Schwingung im Blitzkanal nicht erklärt werden. Es folgen sich nämlich nicht immer jeweils entgegengesetzte Sprünge, sondern

es kommen, besonders bei relativ kleinen Spannungssprüngen, manchmal zwei gleichgerichtete Stösse nacheinander vor. Dieselbe Erscheinung der vielen kleinen, rasch aufeinander folgenden Spannungssprünge tritt in allen Oszillogrammen hervor, wo genügend kurze Aufnahmezeit (10⁻⁴ s) gewählt war, so dass die millionstel Sekunde in den Spannungskurven noch erkennbar ist, und ganz besonders bei nahen Blitzschlägen. Nirgends aber unter den in Betracht kommenden ca. 100 Original-Oszillogrammen konnte aus diesen Zacken auf das Vorkommen einer gedämpften Schwingung im Blitz geschlossen werden. Dass diese Zacken in den Spannungskurven nicht etwa im Verhalten der Versuchsleitung oder der Messeinrichtung begründet sind, geht erstens daraus hervor, dass der Abstand zweier Zacken und deren Grösse nicht regelmässig und gedämpft ist, wie er sein müsste, wenn jene durch irgend eine Wellenschwingung der Messeinrichtung zustande kämen. Zweitens zeigt die künstlich erzeugte Wanderwellenschwingung der Leitung, sowie die Sinuslinie der Eichfrequenz trotz genau derselben Messeinrichtung keinerlei solche Zacken. Diese feinen Zacken der Spannungskurve hängen eng zusammen mit den atmosphärischen Störungen in den Radioanlagen. Da ihre häufigste Dauer in der Grössenordnung 10⁻⁶ s liegt und daher in die Periodendauer der Radiofrequenzen fällt, ist ihre Störwirkung augenscheinlich. Falls diese Spannungssprünge noch wesentlich grössere Werte erreichen können, als sie es z. B. in Oszillogramm 5/35 tun, wo leider die Anlage der weitem Spannungssteigerung nicht standhielt, so würden sie eine gefährliche Beanspruchung der Anlage darstellen, nicht nur wegen der Steilheit ihrer Front, sondern auch wegen ihres zackigen Richtungswechsels. Bekanntlich beträgt die Ueberschlagsspannung glatter Isolatoren bei solchen rasch wechselnden Spannungen nur ca. $\frac{1}{3} \div \frac{2}{3}$ derjenigen bei normaler Wechsellspannung⁷⁾; ferner böte der schwingungsähnliche Verlauf die Möglichkeit zu Resonanzstörungen mit „Schutzdrosseln“ und Transformatoren in den Anlagen. Auch an Wicklungen von Transformatoren usw. stellt dieser Spannungsverlauf erhöhte Anforderungen. Durch die Oszillogramme ist diese Erscheinung aber nur für bescheidene Spannungen nachgewiesen; Versuche an Höchstspannungsnetzen fehlen noch.

f) **Stossfrequenz.** Die Frage der „Blitzfrequenz“ führt uns also über die Verneinung der unter diesem Wort verstandenen Erscheinung (oszillatorische Entladung im Blitzkanal⁸⁾) zu einer Art Spannungsverlauf auf den beeinflussten elektrischen Leitungen, welche mit dem durch die vermutete, nicht bestehende Erscheinung ausgelösten wenigstens z. T. Aehnlichkeit hat. Das Wesen der beobachteten Erscheinung wird eher als durch den Begriff der Schwingfrequenz durch eine sekundliche *mittlere Stosszahl oder Stossfrequenz* getroffen. Diese Zahl ist keine strenge Konstante wie die Frequenz einer gedämpften Schwingung, sondern umfasst verschiedene Werte, die mit mehr oder weniger grosser Wahrscheinlichkeit vorkommen und sich um einen häufigsten Wert zu gruppieren scheinen. An dieser Stelle begnügen wir uns mit der Feststellung, dass diese Stosszahl (ohne Rücksicht auf die Richtung der erzeugten Spannungsstösse) Werte besitzt, die sich meistens um 10⁵ bis 10⁶ pro Sekunde gruppieren. Es kommen aber bei nahen heftigen Blitzschlägen Stosszahlen von 1,5 Millionen vor (Osz. 7/83), während am Ende eines Blitzschlages die Stosszahl mehr oder weniger rasch bis zum Wert 0 abnimmt, 7/14, 5/41. Ueberall, wo sich mehrere oder viele gleichgerichtete Stösse unmittelbar folgen, entstehen steile Gesamtwellen und grössere Spannungswerte. Wir kommen auf diese Erscheinung bei Besprechung der Vorstellung der Blitzbildung noch zurück.

g) **Relativ langsamer Spannungsanstieg, Dauer der Teilblitze.** Nach dieser Besprechung der entstehenden Elementar-Wanderwellen als Einzelteile der Gewitter-

7) Hescho-Mitteilungen 1925, Heft 21/22.

8) Von der amerikanischen Bezeichnung „Blitzfrequenz“ als Frequenz der Sinuslinie mit gleicher maximaler Steilheit dV/dt wie sie der steilste Teil der Gewitterwellenfront aufweist, wollen wir absehen; der Begriff „Steilheit“ passt für nicht periodische Vorgänge besser.

Ueber theoretisch prophezeite Blitzfrequenzen, siehe z. B. R. Rüdberg, El. Schaltvorgänge, Verlag Springer 1926; Emde, E. T. Z. 1910.

spannungen kommen wir jetzt auf die relativ langsamen Spannungsanstiege zu sprechen, welche in vielen Oszillogrammen deutlich zu beobachten sind. Oszillogramme 5/2, 5/14 (5/21), 4/64, 4/56, 4/55, 4/52, 7/6, 7/8 und andere. Hier entstehen hohe Spannungen auf der Fahrleitung erst im Verlauf von Zeiten, die ein Vielfaches der Laufzeit einer Wanderwelle über die Leitung betragen, nämlich in annähernd 10^{-3} s. Am Anfang dieser Spannungskurven sind stets dieselben Zacken (Spannungsstöße) mehr oder weniger deutlich ersichtlich, die bereits besprochen wurden. Diese erscheinen aber nicht einer Parallelen zur Zeitaxe, nämlich dem mittleren Leitungspotential überlagert, sondern einer ansteigenden oder seltener absteigenden Kurve, die in einigen Fällen mit der Exponentialkurve einer Kondensatoraufladung Aehnlichkeit hat. Betrachtet man auch die nicht genannten Oszillogramme, so findet man, dass diese Erscheinung die Regel bildet. Nur in wenigen Oszillogrammen, wo nennenswerte Spannungen entstehen, lässt sich eine gerade, der Nulllinie annähernd parallele Axe für das Wanderwellenspiel einzeichnen, z. B. Oszillogramm 5/40, 7/14. In der Höhe der Spannung, auf welche sich im Laufe des Wellenspiels die Leitung aufschauelt, bestehen grosse Unterschiede. Im Verlaufe der Aufladung kommen oft neue Spannungseinzelstöße zum Vorschein, welche dem gesamten Kurvenverlauf grosse Mannigfaltigkeit verleihen. Die Entstehung dieser langsamen Leitungsaufladung ist vorerst auf zwei Arten denkbar:

1. Durch den Blitzschlag, der eine kürzere Dauer als der oszillographierte Spannungsaufbau haben könnte, wird das elektrische Feld in Leitungsnähe so stark verändert, dass die freien positiven oder negativen Raumladungen, welche schon vorher in der Atmosphäre vorhanden sind, auf die Leitung wandern (Raumladungseffekt).
2. Die Dauer eines Teilblitzes entspricht der gesamten Dauer der Spannungsentstehung der Oszillogramme (ca. $\frac{1}{1000}$ s). Der durch die anfänglichen Spannungsstöße sich anzeigende Blitzschlag hat ein Nachströmen von Elektrizität hauptsächlich in einer Richtung zur Folge, welches während der Spannungsentstehungszeit des Oszillogramms andauert. Dadurch wird die Gegend der betroffenen Wolken allmählich umgeladen. Die gemessene Leitungsspannung entsteht trotz des langsamen Aufbaues auf gleiche Art wie bei den raschen Elementarspannungsstößen, nämlich durch Freiwerden von vorher gebundenen Ladungen (Influenz).

Es wird in dieser Beziehung auf das Kapitel VII verwiesen. Wir werden dort zeigen, dass die erste Möglichkeit verneint werden muss, so dass *die in den erwähnten Oszillogrammen ersichtliche Dauer der Spannungsentstehung von ca. $\frac{1}{1000}$ s als elektrisch wirksame Dauer eines Teilblitzes bezeichnet werden muss*. Zu bemerken bleibt, dass diese Aufladung der Leitung nur zu beobachten war bei nahen Blitzen, welche zum grössten Teil direkt in ziemlicher Höhe über der Leitung „Esslingen“ hinwegzogen. (Oszillogramme 4/55, 4/56, 5/14), ferner über der Leitung nach Rehalp (Oszillogramm 5/2). Bei diesen relativ langsamen Aufladungen spielt die Ableitung der Ladungen über Netzisolation und Messwiderstand bereits eine Rolle, wie im Kapitel III gezeigt wurde. Die Unterschiede in der Höhe der oszillographierten Spannungen gegenüber denjenigen, die bei vollkommener Isolation der Leitung aufgetreten wären, betragen bei 10^{-3} s Aufnahmedauer bis ca. 10 %, bei 10^{-4} s bis ca. 1 %. Diese Aufladungen schliessen sich an die bereits bekannten, von Norinder und anderen⁹⁾ publizierten Kurven an, worin Spannungsänderungen mit Anstiegszeiten von 10^{-2} s bis zu solchen von Sekunden und Minuten mitgeteilt werden (statische Aufladungen). Diese langsamen Aufladungen sind hinreichend bekannt; die Unvollständigkeit der Netzisolation, sowie Erdungsdrosseln usw. sorgen in elektrischen Anlagen für deren Ableitung. Da sie kein praktisches Interesse bieten, war der Messwiderstand so gewählt, dass die Zeitkonstante der untersuchten Fahr-

⁹⁾ Norinder, Teknik Tidskrift 1921, 1923 und 1925. El. World 1924, No. 5. Auszüge in E. T. Z. 1921, 1924 und 1927. — Brasch, Lange und Urban, Forschungen und Fortschritte, Febr. 1928.

leitung den Wert von ca. $\frac{1}{2} \cdot 10^{-2}$ s besass, so dass solch langsame Spannungen nicht in Erscheinung treten. Da die Zeitkonstanten der Hochspannungsnetze in die Grössenordnung $10^{-4} \div 10^{-2}$ s fallen¹⁰⁾, so haben diese langsamen Aufladungen von $\frac{1}{100}$ und mehr s Entstehungsdauer keine praktische Bedeutung. Die Versuchsanordnung entsprach dem Verhalten praktischer Netze.

h) **Polarität.** Was endlich die *Polarität der entstandenen Gewitterspannungen* auf der Leitung betrifft, ergibt sich kein wesentlicher Unterschied zwischen positiven und negativen Aufladungen. Es kommen sogar beide nebeneinander in dem durch einen einzigen Blitzschlag ausgelösten Oszillogramm 5/35 vor, wobei allerdings nur die negative Leitungsaufladung zum Ueberschlag der Leitung führte.

i) **Gewitterspannungen während des Bahnbetriebes.** Es folgt die Besprechung zweier typischer während des Bahnbetriebs aufgenommenener Oszillogramme, die im Moment eines Blitzes ausgelöst wurden: Oszillogramme 4/7 und 7/83. Die Erscheinungen können hier durch den am Ende der Leitung liegenden Gleichrichter verwickelt werden, so dass unter Umständen schwierig zu trennen ist zwischen reiner Gewitterspannung und möglicherweise durch jene veranlassten Folgeerscheinungen.

Betrachten wir daher den Vorgang der Blitzwirkung im Gleichrichterbetrieb etwas eingehender. Eine aus der Fahrleitung eindringende Wanderwelle läuft zur Kathode des Gleichrichters. Der weitere Verlauf der Spannungswelle hängt nun ganz vom Betriebszustand des Gleichrichters und von der Höhe und Polarität der eintreffenden Spannungswelle ab.

Bei Belastungen des Gleichrichters, welche grössere Ströme ergeben als der Maximalstrom der auftreffenden Gewitterspannungswelle, wird die Welle anstandslos über den Gleichrichter weglafen. In diesem Fall stellt der Gleichrichter-*Transformator* das Leitungsende für die Wellen dar. Eine Komplikation des Vorgangs durch den Gleichrichter ist dabei nicht zu erwarten. Ein Beispiel dieses Falles liefert Oszillogramm 7/83 und 7/78, ferner Oszillogramm 4/10 und eine Menge analoger, während des Bahnbetriebs aufgenommenener Kurven.

Infolge der Ventilwirkung des Gleichrichters sind aber auch zwei andere Fälle des Verhaltens bei Gewitterwellen denkbar. Einmal bei stromlosem Gleichrichter und abgestellter Erregung desselben. In diesem Fall stellt die Gleichrichterkathode selber das offene Leitungsende dar. Dies gilt bis zu Spannungen, welche den Durchbruch des betriebsmässigen Hochvakuums von wenigen Tausendstel mm Hg erzwingen können, wozu jedoch Spannungen von wesentlich über 10 kV nötig sind. Ein solcher Fall kam während den Messungen nicht vor; er hat keine praktische Bedeutung, da der erregungslose Gleichrichter betriebsmässig vom Netz abgetrennt ist.

Interessanter und wichtiger dürfte der Fall sein, wo der Wellenstrom der Gewitterspannung den Lichtbogen im Gleichrichter löscht. Dies ist bei kleiner Belastung des Gleichrichters (einige Amp. bei den Versuchen) wohl möglich und wird immer dann eintreten, wenn eine positive Spannungswelle gegen den Gleichrichter läuft, deren Wellenstrom den momentan vorhandenen Belastungsgleichstrom an Grösse übertrifft. Die Welle sperrt sich dann gewissermassen selber den Durchgang durch den Gleichrichter ab und wird nun an der Kathode resp. vor der Anode reflektiert. Der bei diesem Abreissen und dem nachfolgenden Neuzünden des Lichtbogens im Gleichrichter auftretende Vorgang scheint nicht immer harmlos zu verlaufen, wie das Oszillogramm 4/7 zeigt, das bei schwacher Gleichrichterbelastung durch einen Blitzschlag ausgelöst wurde. Die Aufklärung der Erscheinung dürfte im Laboratorium mit Hilfe des Oszillographen leicht möglich sein.

k) **Zwei besondere Oszillogramme.** Auffallend ist Oszillogramm No. 5/38, wo ein plötzlicher Spannungszusammenbruch bei ca. 1000 V erkennbar ist. Berücksich-

¹⁰⁾ Matthias, I. c.

tigt man, dass $2\frac{1}{2}$ Minuten vorher in der Schaltanlage (Punkt P des Schemas Fig. 7) ein Ueberschlag aufgetreten ist, welcher durch Oszillogramm 5/35 festgehalten wurde, so ist daraus ersichtlich, in welchem Mass der erste Ueberschlag die Isolation geschwächt hat. Dieser Fehler machte sich übrigens auch am folgenden Morgen noch deutlich bemerkbar, indem dort bei Inbetriebsetzung der Anlage ein heftiger Kurzschluss auftrat. Die Distanz des Durchschlagpunktes P vom Oszillographen beträgt ca. 15 m. Die auf dieser Strecke entstehende Entladeschwingung hat demnach eine Grundfrequenz von einigen Millionen Per/s. Mit dem für Oszillogramm 5/35 benutzten Zeitmasstab (1 mm = $2,3 \mu\text{s}$) und 5/38 (1 mm = $2,2 \mu\text{s}$) drängt sich daher die ganze Schwingung auf eine Linie zusammen, die bei 5/35 auf dem Film trotz der grossen Schreibgeschwindigkeit noch deutlich, bei 5/38 nur schwach zu sehen ist. Ferner ist Oszillogramm 7/54 deshalb interessant, weil derselbe Blitzschlag, der zur Aufnahme dieses Spannungsverlaufes an der vollständig abgetrennten Fahrleitung führte, in der 45 kV-Speiseleitung des 8 kV-Netzes einen Kurzschluss (durch direkten Einschlag) verursachte, der an starker gleichzeitiger Lichtschwankung und Brummen der Motoren deutlich erkennbar war. Das Oszillogramm zeigt einen raschen Spannungsanstieg auf positive Spannung innert ca. $5 \mu\text{s}$, und einen ebenso raschen Spannungsrückgang. Bedenkt man die grosse Distanz dieses Schlages ($10 \div 12$ km nördlich der Fahrleitung), so ist man gezwungen, diesen Schlag in elektrischer Hinsicht als ausserordentlich heftig zu bezeichnen. Die Beobachtung bildet vielleicht eine Bestätigung der Gewittertheorie von Simpson¹¹⁾, wonach sich positive Wolken (negative Ladungen der Leitung) langsam und intermittierend entladen, negative Wolken (positive Ladungen der Leitung) dagegen sehr rasch, überstürzt, aber zugleich nur selten. Immerhin zeigt das Oszillogramm, dass mit diesem ersten starken Spannungsstoss die elektrische Entladung der Wolke doch noch nicht zu Ende war. Leider ist dieses Oszillogramm das einzige dieser Art kurzen Spannungsstosses, unter mehr als 200 andern. Weitere Schlüsse aus dem einen Oszillogramm wären verfrüht.

¹¹⁾ G. C. Simpson, Proc. Royal Soc. Bd. 3, Serie A 1926, S. 56.

Kapitel VII.

Rückschlüsse auf den Blitzvorgang.

a) **Blitzbilder von Rood, Schmidt und Walter.** Zur Erklärung der Oszillogramme müssen wir die bestehenden Anschauungen von der Blitzbildung kurz betrachten. Man unterscheidet zwischen Gewitterbildung und Blitzbildung. Die erstere befasst sich mit den meteorologischen Vorgängen der Niederschlagsbildung und der damit verbundenen Trennung der Luftpotezialitäten. Die letztere betrachtet die Entstehungsweise des Blitzes als dem elektrischen Funken zwischen und in geladenen Wolken teilen. Seit 1752 ist durch Franklin die elektrische Natur des Blitzes nachgewiesen. Ueber den Vorgang selbst brachten erst die Versuche von Rood¹²⁾ 1873 eine erste Erkenntnis. Rood versuchte die Dauer eines Blitzschlages auf optische Weise zu bestimmen mit Hilfe einer rasch rotierenden schwarzen Scheibe, auf der ein glänzender Draht radial befestigt war. Bei Nachtgewittern war es möglich, aus der Breite des bei Blitzbeleuchtung hell aufleuchtenden, vom Draht überstrichenen Segmentes die Dauer der Leuchterscheinung zu beurteilen. Rood schreibt: „Die Natur der Blitzschläge ist komplizierter als meist angenommen wird. Sie ist gewöhnlich, wenn nicht immer, von mehrfachem Charakter und die Dauer der einzelnen Teilentladungen variiert stark, ausgehend von einer Zeitdauer von weniger als $\frac{1}{1600}$ s bis $\frac{1}{20}$ s. Dazu kommt, was besonders merkwürdig ist, dass ein Unterschied der genannten Art manchmal an den einzelnen Teilentladungen eines einzigen Gesamtschlages gefunden wird“. Diese Versuche wurden später von Schmidt fortgesetzt, welcher mit derselben optischen Methode auch sehr kurzzeitige Blitze mit weniger als $\frac{1}{30000}$ s Dauer feststellte¹³⁾. Ihnen folgten 1903 bis 1918 die optischen Blitzphotographien von B. Walter¹⁴⁾ mit Hilfe von feststehenden und rotierenden Photoapparaten, wodurch sich die häufige Zusammensetzung des Blitzes aus vielen zeitlich getrennten Teilschlägen (Teilblitzen) ergab. Der Blitz beginnt meist mit „Vor-entladungen“, nach Töpler „Bildungsstufen“ genannt, von denen jede folgende die Blitzbahn ein Stück verlängert und mindestens teilweise in der Bahn der vorhergehenden verläuft, bis sich schliesslich die ganze Blitzbahn gebildet hat, in der dann die weiteren Teilschläge meistens verlaufen. Dauer der Einschläge sicher kleiner als 2×10^{-3} s, Distanz der Einzelschläge 5×10^{-3} bis 10^{-1} s.

b) **Elektrische Strömung in der Blitzbahn.** Man hat dann oft versucht, sich über die elektrische Strömung in der Blitzbahn während eines solchen Teilblitzes Vorstellungen zu machen. Die einfachste Annahme war jene, sich die Wolken als Metallflächen vorzustellen, zwischen denen die Spannung bis zum Ueberschlag gesteigert wurde. Es errechneten sich dabei je nach den Annahmen über den Widerstand des Funkenkanals so geringe Dämpfungen, dass ein gedämpft schwingender Verlauf mit einigen 1000 Per/s errechnet wurde („Blitzfrequenz“)¹⁵⁾. Dass diese Vorstellung auf unzulässigen Annahmen beruht und deshalb zu falschen Resultaten führt, ist sicher, siehe z. B. bei Töpler¹⁶⁾; auch in den Oszillogrammen ist nirgends die Andeutung einer solchen Frequenz zu finden. Die Wolken sind eben keine Leiter, sondern enthalten Raumladungen, die überwiegend an Wassertropfen sitzen, welche durch hochisolierende Luft getrennt sind.

c) **Blitzbildung nach M. Töpler und G. C. Simpson.** Die beste Anschauung von der Blitzbildung stammt von Prof. M. Töpler. Darnach ist der Blitz ein räumlicher Gleitfunkenvorgang, der wesentlich anders verläuft als ein Ueberschlag zwischen leitenden Elektroden. Der Blitz dringt relativ langsam in den Raum vor, und zwar

¹²⁾ Ogden N. Rood. Am. J. of Science & Arts 105, 1873. Siehe auch Töpler, Hescho-Mittlg. 1926, No. 25.

¹³⁾ Schmidt, E. T. Z. 1905.

¹⁴⁾ B. Walter, l. c., siehe auch K. Kähler, l. c.

¹⁵⁾ z. B. Emde, E. T. Z. 1910, ferner R. Rüdberg, El. Schaltvorgänge, Verlag Springer.

¹⁶⁾ M. Töpler, Hescho-Mittlg. 1926, No. 25. Ann. d. Physik 1917, 53. Phys. Z. 1921, 22. Archiv f. E. 1921, 10.

nicht stetig, sondern stufenweise unter Bildung von „Ruckstufen“ bestimmter Länge. Aus der Analogie mit flächenhaften Gleitfunken schätzt Töpler die Wachstumsgeschwindigkeit des Blitzes zu ca. 100 km pro Sekunde, also nur ca. $\frac{1}{3000}$ der Lichtgeschwindigkeit¹⁶⁾. Der Anfang der Blitzbildung findet irgendwo an einer Stelle hoher elektrischer Feldstärke statt, bei mindestens 1000 kV/m. Der Funke dringt dann von dieser Ursprungsstelle nach beiden Seiten vor. Die Ruckstufenlänge soll nach Töpler gleich sein der Distanz zweier Perlen eines Perlschnurblitzes, welche nach zwei Töplerschen Beobachtungen ca. 7 m beträgt, wozu eine Bildungszeit von annähernd 10^{-4} s nötig ist. Das Spannungsgefälle zum Vorwachsen des Blitzes beträgt höchstens 500 bis 1000 kV/m. Dieser Wert entsteht an den Blitzenden z. T. erst durch den Blitz selber, indem seine Bahn zuerst beim Ursprungspunkt Lichtbogencharakter annimmt, wodurch die dortige Spannung zusammenbricht und an den Blitzenden verfügbar wird. Dadurch ist auch das Eindringen des Blitzes in vorher feldloses Gebiet unter den Wolken ermöglicht. Näheres darüber ist bei Töpler ersichtlich.

Eine wertvolle Ergänzung zur Theorie der Blitzbildung hat Simpson auf Grund der atomistischen Elektrizitätsauffassung gegeben¹⁷⁾. Infolge der sehr verschiedenen Beweglichkeiten negativer und positiver Ladungen ausser den Wolken soll der Funke von der Ursprungsstelle besonders nach einer Richtung vorwachsen, nämlich von der positiven Wolke weg. Die vielen Büschel sollen stets an der negativen Wolke oder über der negativ geladenen Erde sitzen, d. h. am negativen Ende des Blitzes. Blitze aus positiven Wolken seien sehr häufig, aber relativ ungefährlich, während Blitze aus negativen Wolken selten zustande kommen, dann aber ausserordentlich heftig und meist unverzweigt sein sollen. Noch seltener ist Büschelung am obern Ende des Blitzkanals zu erwarten.

d) **Vergleich mit den Oszillogrammen.** Vergleichen wir nun die ganze Menge von Oszillogrammen mit dem, was nach den bisherigen Kenntnissen vom Blitzvorgang zu erwarten ist.

1. Die vielen Teilschläge eines gesamten Blitzschlages sind durch die Oszillogramme in elektrischer Hinsicht voll bestätigt. Es treten in den meisten Fällen bei einem Gesamtblitzschlag mehrere Auslösungen der Messeinrichtung in Zeitabständen von oft über $\frac{1}{50}$ s ein.
2. Die aus den optischen Beobachtungen behauptete Mannigfaltigkeit in der elektrisch wirksamen Dauer der Teilblitzschläge ist nicht ohne weiteres verständlich. Länger als eine 1000stel Sekunde dauernde Einzelentladungen wurden nicht genauer untersucht und scheinen selten zu sein. Teilblitzdauern unter $\frac{1}{3000}$ s sind schon selten. Als die sich aus den elektrischen Spannungen meistens ergebende Teilblitzdauer kann $\frac{1}{1000}$ bis $\frac{1}{3000}$ s angesehen werden.

Diese elektrische Beobachtung scheint mit den optischen Resultaten von Rood und Schmidt nicht übereinzustimmen, welche die Existenz von Blitzen mit weniger als $\frac{1}{30000}$ s Dauer behaupten. Nun handelt es sich aber bei unserer elektrischen Blitzdauer um die Dauer einer Spannungskurve der Oszillogramme, die, wie bereits beschrieben, meistens sehr viele Zacken (Spannungstösse) enthält. Deuten wir diese als Teilfunken einer Blitzentladung, so sind die Beobachtungen von Rood und Schmid durchaus verständlich. Die Oszillogramme zeigen, dass in der Tat noch viel kürzere Teilfunken als von $\frac{1}{30000}$ s Dauer vorkommen, deren Sichtbarkeit bei günstigen optischen Verhältnissen der Atmosphäre möglich sein sollte. Wir kommen also dazu, an Stelle der bisher erkennbaren Zweiteiligkeit der Blitzerscheinung (Gesamtblitz und Teilblitze) noch einen Schritt weiter zu gehen und drei verschieden grosse Teile der Gesamterscheinung auseinander zu halten:

¹⁷⁾ Simpson l. c.

- a) Den Gesamtblitz, als Sammelbegriff der bis zu ca. 1 s dauernden Erscheinung,
- β) Den mittels bewegtem Photoapparat oder aus der Einzelspannungskurve ersichtlichen Teilblitz (Einzelblitz) von rund $\frac{1}{1000}$ s Dauer,
- γ) Als Elementarteil der Teilblitze eine grosse Anzahl von Teilfunken, die sich als Zacken (Stösse) der Spannungskurve elektrisch, oder unter günstigen Umständen mit rotierender Scheibe optisch erkennen lassen. Die Anzahl dieser Teilfunken (Elementarfunkens) kann eine Million pro Sekunde übersteigen; es ist die bereits bei der Diskussion der Oszillogramme genannte mittlere Stosszahl resp. Stossfrequenz des Teilblitzes.

Von der letzteren Erscheinung muss noch die Rede sein.

3. Die Form der durch einen Teilblitz erzeugten Spannung zeigt prinzipiell viele kleine Elementarstösse, die im allgemeinen einer mittleren langsamern Spannungsänderung der Leitung überlagert sind. Die nächstliegende, wenn auch nicht allein mögliche Auffassung ist nun die, diese Elementarstösse als im Verhalten des Blitzes selber begründet zu suchen. Vergleicht man die Zeitdistanz der Spannungsstösse mit derjenigen zweier Ruckstufen des Töplerschen Blitzes, so ist ersichtlich, dass die in den Oszillogrammen nachgewiesene Zeitdistanz viel kleiner ist als die zwischen zwei aufeinanderfolgenden Ruckstufen mögliche (ca. 10^{-6} s gegen ca. 10^{-4} s). Dies heisst vorläufig nur, dass die Anzahl der elektrisch auf Distanz wirksamen Spannungsstösse oder Funken jedenfalls viel grösser ist als die nach Töpler mögliche Anzahl aufeinanderfolgender Ruckstufen eines Blitzes. Bei Annäherung eines Blitzendes an die Leitung müsste der Spannungsstoss einer folgenden Ruckstufe im wesentlichen gleichgerichtet sein mit dem vorherigen. Zum Teil zeigen die Oszillogramme für die Aufeinanderfolge zweier Elementarspannungsstösse das Gegenteil. Diese Erscheinung könnte vielleicht dadurch verursacht sein, dass beide Blitzenden abwechselnd und ungefähr gleich stark auf die Leitung einwirken. Die dadurch bedingte annähernde Periodizität des Vorgangs von ca. 10000 Per/s. (Ruckstufendauer ca. 10^{-4} s) ist aber nicht ersichtlich. Ausserdem ist gerade bei dem Blitzschlag, der zum Ueberschlag der Anlage führte und daher vermutlich in nicht allzu grosser Distanz niederging, dieses rasche Hin- und Herspringen der Gewitterspannung mit ca. 1 Million Per/s am deutlichsten sichtbar (Osz. 5/35).
4. Eine von der raschen Stossfolge ($\frac{1}{2}$ bis ca. 10 Millionstel s Abstand) unabhängige Frage ist die nach der *Dauer eines Elementarstosses* (Elementarfunkens). Es wäre möglich, dass im Verlauf eines Stosses schon ein folgender beginnt und den ersten in der allein konstaterbaren Summenwirkung auf das Netz beeinflusst. Die Betrachtung der Oszillogramme zeigt aber, dass auch bei kleinerer Stosszahl, wo bereits zwischen einzelnen Stössen deutliche Zwischenräume vorhanden sind, die Spannungszacken sich ungefähr gleich bleiben oder doch nie die Zeitdauer von 10^{-4} s (Ruckstufe) annähernd erreichen. Es ist daher eine logische Folgerung der Oszillogramme, auch die Zeitdauer der Elementarspannungsstösse im Mittel zu einigen Mikrosekunden anzunehmen. Wollten wir für einen solchen Elementarstoss die Wachstumsgeschwindigkeit von Gleitfunken nach Töpler annehmen (100 km/s), so würde ein entsprechender Funke nur eine Länge von weniger als 1 m erreichen. Es ist ausgeschlossen, dass solche kurze Funken die beobachtete Fernwirkung auf der Leitung besitzen. Ein genauerer Wert der Elementarstossdauer müsste durch Berücksichtigung der Abflachung der Welle auf ihrem Weg zum Oszillograph ermittelt werden, der für unsere Oszillogramme nur wenige km beträgt.

Es ist auch aus einem andern Grund sehr wahrscheinlich, dass diese Stossdauer im Gebiet weniger Mikrosekunden liegt: dies ist die Beeinflussung der Radioempfangsapparate durch Gewitterspannungen. Bekanntlich sind nämlich Kurzwellenapparate, die mit Wellenlängen unter 100 m arbeiten, d. h. mit Periodenzahlen von über 3×10^6 pro s, ebenso Langwellenapparate mit vielen

km Wellenlänge, diesen Störungen weniger ausgesetzt als Apparate mit normalen Rundfunkwellen von $\frac{1}{5}$ bis zu einigen km Wellenlänge.

5. Wir kommen also dazu, entweder die *Wachstumsgeschwindigkeit des Blitzes als mindestens ca. 100 mal grösser anzunehmen*, nämlich zu ca. 10 000 km pro s, oder sonst zuzulassen, dass neben dem Gleitfunkenvorgang raschere Funken während der Blitzbildung vorkommen, welche für die Einwirkung auf Leitungen wesentlich sind. Die erste Annahme ist wahrscheinlicher. Da die Gleitfunkengeschwindigkeit von 100 km/s lediglich für flächenhafte Gleitfunken, wie sie in den Klydonographen zur Registrierung von Ueberspannungen technisch angewendet werden, feststeht, ist vermutlich die Uebertragung auf Blitze unzulässig. Diese Vermutung wird bestärkt durch die Beobachtung sehr kurz dauernder Blitze¹⁸⁾ (nach unserer Auffassung Elementarfunken), welche mit der Töplerschen Wachstumsgeschwindigkeit nur Blitzlängen von wenigen Metern erreichen könnten, was unwahrscheinlich ist. Binder¹⁹⁾ hat überdies vor kurzem nachgewiesen, dass in theoretischer Hinsicht eine um einige Zehner-Potenzen grössere Wachstumsgeschwindigkeit von Blitzen möglich ist, weil sie mit höherer Spannung zunehmen soll.
6. *Der Widerstand des gesamten sichtbaren Blitzkanals ohne Endbüschel beträgt nach Töpler nur wenige Ohm.* Auch bei Blitzstromstärken zwischen 10 000 und 100 000 A ist daher die auf diesen Teil des Strompfades entfallende Spannung von der Grössenordnung 100 kV, also verglichen mit den Spannungen in den Endbüscheln von mindestens einigen 1000 kV als klein zu bezeichnen. Zum gleichen Resultat kommt Binder²⁰⁾, der aus der Analogie mit grossen Lichtbogenöfen die Spannung im mittleren Blitzkanal zu ca. 500 kV/km, d. h. nur ca. 500 V/m schätzt.

In dieser Beziehung stehen die Resultate der Oszillogramme mit ihren vielen Zacken ganz im Einklang mit den Folgerungen der Töplerschen Theorie, wonach sehr rasche Feldzusammenbrüche, welche auf der Leitung steile Wellen erzeugen, nicht mehr in dem bestehenden, stark leuchtenden Hauptkanal zu suchen sind, sondern in den zahlreichen End- und Seitenbüscheln (Elementarfunken der Teilblitze), die allerdings zur Entstehung des Hauptkanals nötig sind.

e) **Erklärung der Oszillogramme aus der gewonnenen Anschauung vom Blitzvorgang.** Mit der gegebenen Auffassung, dass die Elementarspannungssprünge von einer Unmenge von Leuchtfäden kurzer Dauer, d. h. von dem Auge vielleicht z. T. unsichtbaren Teil- oder Elementarfunken ev. Ruckstufen des Blitzes herrühren, lässt sich der Verlauf der gemessenen Spannungen einfach erklären. Insbesondere zeigen die Oszillogramme, dass solche Teilfunken der relativ langsamen Leitungsaufladung stets vorangehen, d. h., dass sie die Entstehung der Blitzbahn einleiten. Die relativ langsame Leitungsaufladung innert ca. $\frac{1}{1000}$ s ist dann erklärlich durch das überwiegend in einer Richtung stattfindende Strömen von Ladungen in der durch die vielen Einzelfunken geöffneten sich weiter verlängernden Blitzbahn, was die allmähliche Umladung gewisser Wolkenteile und damit durch Influenz auch der Leitung bewirkt. Die während diesem Aufladen vorkommenden Zacken der Spannungskurve sind bedingt durch den fortgesetzten Ausgleich der relativ gutleitenden Blitzbahn mit der geladenen Umgebung, welche ebenfalls durch viele lichtschwache Leuchtfäden geschieht. Die Mannigfaltigkeit der Steilheit aufeinanderfolgender Spannungsstösse hat ihre Ursache nicht nur in der verschiedenen Länge solcher Teilfunken, sondern auch in deren verschiedener räumlicher Orientierung. Es muss sich auf diese Weise bei indirekten Blitzschlägen, welche von den Oszillogrammen durchwegs dargestellt werden, stets eine relativ langsame mittlere Spannungsänderung der beeinflussten Leitung (innert ca. $\frac{1}{1000}$ s) ergeben, welcher unregelmässige, mehr oder weniger

¹⁸⁾ Schmidt, l. c.

¹⁹⁾ Binder, E. T. Z. 1928, No. 13.

²⁰⁾ siehe bei Matthias, E. T. Z. 1925.

starke Zacken überlagert sind, die eine „Blitzfrequenz“ vortäuschen können, sofern nämlich aufeinanderfolgende Stöße umgekehrte Richtung besitzen (Osz. 5/35), die aber auch relativ steile Gesamtwellen erzeugen können, sofern aufeinanderfolgende Stöße gleichgerichtete Spannungen ergeben (Osz. 5/33 und 7/8).

f) **Beweis der ausschliesslichen Spannungsentstehung durch elektrische Influenz.** Die in vielen Oszillogrammen ersichtliche, relativ langsame Aufladung der Leitung in ca. $\frac{1}{1000}$ s legt die Frage nahe, ob es sich dabei statt um Aufladung infolge von Influenz, vielleicht um wirkliche direkte Aufladung aus einer stark ionisierten Leitungsumgebung handeln könnte (Raumladungseffekt). Diese Frage kann rechnerisch entschieden werden. Es ist nachgewiesen, dass im Moment eines Blitzschlages das elektrische Feld an der Erdoberfläche stark variiert²¹⁾. Dabei ist die Entstehung hoher Feldstärken an der Leitung nicht ausgeschlossen. Durch dieses Feld werden die freien Raumladungen, welche nach Kähler²²⁾ stets unter Gewitterwolken vorkommen, zur Leitung hingezogen oder von ihr weggestossen. Dieser freie Ionen- und Elektronenstrom von der Leitungsumgebung zum Draht kann vielleicht die Leitung im gemessenen Tempo aufladen (ca. 5000 V in $\frac{1}{1000}$ s); dies soll näherungsweise nachgerechnet werden.

Der freie Ionenstrom berechnet sich zu:

$$i = F \frac{\delta V}{\delta r} (q_+ v_+ n_+ + q_- v_- n_-)$$

F = wirksame Leitungsoberfläche in cm^2 .

$\frac{\delta V}{\delta r}$ = radiale elektrische Feldstärke an der Drahtoberfläche in V/cm .

q_+ und q_- = elektrische Ladung eines einzelnen positiven oder negativen Trägers.

v_+ und v_- = Beweglichkeit der positiven resp. negativen Ionen bei der Feldstärke 1 V/cm .

n_+ und n_- = Positive resp. negative Trägerzahl pro cm^3 .

Nach Kähler²²⁾ beträgt die absolute Ladung der beweglichsten Träger ein Elementarquantum, also $4,8 \cdot 10^{-10}$ elektrostatische Einheiten oder gleich $1,6 \cdot 10^{-19}$ Coulombs.

Die bei ruhigem Wetter vorhandene Trägerdichte n beträgt total ca. 2000 bis 10000 pro cm^3 , davon sind nur ca. 600 bis 900 pro cm^3 leichtbewegliche, in Betracht fallende Träger. Nehmen wir für Gewitterzeiten das 100fache an, also insgesamt 10^5 pro cm^3 leicht bewegliche, positive plus negative Träger. Die Beweglichkeit v der leichtbeweglichen Träger beträgt zwischen 1 und 2 cm pro s bei der Feldstärke 1 Volt pro cm .

Für die Versuchsleitung mit ihrer Kapazität von 0,057 resp. 0,114 Mikrofarad berechnet sich nun aus den Oszillogrammen der Strom, welcher der Leitung zugeflossen sein müsste.

Aus einem der ungünstigsten Oszillogramme (5/35) ergibt sich ein Strom von:

$$i = \frac{V \cdot C}{T} \cong \frac{3200 \cdot 0,114 \cdot 10^{-6}}{2,5 \cdot 10^{-4}} \cong 1,5 \text{ A.}$$

Es handelt sich also um Ströme der Grössenordnung 1 A. Die Auffangfläche F der Leitung beträgt allerhöchstens, nämlich für die gesamte Fahrleitungslänge:

$$F \cong 13 \cdot 10^5 \cdot 1,1 \cdot 2 \cong 9 \cdot 10^6 \text{ cm}^2.$$

Rechnen wir mit etwas weniger infolge der zwischen beiden Drähten abgeschirmten Fläche, nämlich mit $F = 6 \times 10^6 \text{ cm}^2$, so ergibt sich aus der Gleichung für den Ionenstrom ein Wert der nötigen Feldstärke:

²¹⁾ H. Norinder, l. c.

²²⁾ K. Kähler, l. c.

$$\frac{\delta V}{\delta r} = \frac{1,5}{6 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,5 \cdot 10^5} \cong 10^7 \text{ V/cm} = 10000 \text{ kV/cm.}$$

Diese Feldstärke überschreitet wesentlich den Durchbruchswert der Luft. Falls also die Aufladung der Leitung durch Raumladungen geschehen würde, so müsste sie sicher in Form von Funken zwischen Leitung und Umgebung vor sich gehen. Diese Funken können so mager und lichtschwach sein, dass sie der optischen Beobachtung entgehen (stille Entladung). Sie können vielleicht eine Erklärungsmöglichkeit liefern für die vielen feinen Zacken der gemessenen Spannungskurven, indem deren Ursache darnach nicht im Blitzfunken selber, sondern in sekundären Lade- oder Entladefunken der Leitung zur geladenen Umgebung zu suchen wäre.

Diese Erscheinung hätte bei starker Ausbildung Aehnlichkeit mit einem Elmsfeuer an der Leitung. Prinzipiell sind solche Funken infolge der Konzentration des elektrischen Feldes am Leitungsdraht wohl denkbar. Die maximale elektrische Feldstärke am Draht beträgt ca. das 100fache des mittleren Feldstärkewertes über dem Boden. Eine Entladung am Draht wird zustandekommen, wenn die dortige Feldstärke ca. 30 kV/cm überschreitet, was nach den Messungen Norinders bei Gewitter vorkommen kann, indem dazu eine mittlere Feldstärke am Boden von ca. 30 kV/m nötig wäre. Solche Leitungsfunken müssten aber, ähnlich wie das Elmsfeuer, nicht speziell im Moment eines Blitzschlages auftreten, sondern allgemein zu Zeiten hoher Feldstärken. Die Versuche zeigen nun zwar, dass praktisch sämtliche Auslösungen, bei denen diese Zacken deutlich ausgeprägt sind, bei Blitzschlägen auftreten. Dies ist wiederum nicht beweisend, da bei langsamen Feldänderungen während der Zeit zwischen zwei Blitzschlägen die Raumladungen in vielen Fällen den Feldausgleich langsam und funkenlos vollziehen können.

Hingegen sprechen andere Beobachtungen der Oszillogramme gegen die Auffassung, dass die Zacken der Spannungskurven auf die genannte Weise entstehen. Da nämlich innert kurzer Zeit viele solche Teilfunken im gefährdeten Leitungsgebiet im selben Sinn zwischen Leitung und darüber gelegener Raumladung auftreten müssten, so ergäben sich in den Oszillogrammen lauter gleichgerichtete kleine Spannungssprünge, die zu einem treppenweisen Spannungsauf- oder Abbau führten. Dies trifft in den meisten Oszillogrammen nicht zu, indem oft die feinen Zacken zu beiden Seiten einer annähernden Geraden liegen (Osz. 5/31 und 7/4). Zu diesem Grund kommt ein zweiter, der darin besteht, dass nach Norinder bei Blitzschlägen meist ein teilweiser Feldzusammenbruch, keine Felderhöhung stattfindet²³⁾, was auch durch viele Elmsfeuer-Beobachtungen bestätigt wird, wonach im Moment von Blitzschlägen die Elmsfeuerflämmchen meistens für kurze Zeit aussetzen. Drittens wäre bei dieser Art Spannungsentstehung auf der Leitung im Moment eines Blitzes normalerweise ein durch die freiwerdenden Influenzladungen bedingter Spannungsaufsprung mit folgendem langsamerem Spannungsrückgang infolge des Raumladungseffekts zu erwarten. Die Oszillogramme zeigen aber einen relativ langsamen Spannungsanstieg. Die folgenden Behauptungen scheinen daher für die aufgenommenen Oszillogramme berechtigt zu sein:

1. Die vielen Zacken der Spannungskurven sind dem Blitz selbst zuzuschreiben („Ruckstufen“ und Elementarfunken der Blitzbüschel);
2. Die Raumladungsströme der Atmosphäre sind für den unmittelbaren Vorgang während des Blitzes unwesentlich.
3. Die Spannungsentstehung geschieht praktisch ausschliesslich durch elektrische Influenz, d. h. durch das mehr oder weniger rasche Freiwerden von Ladungen, die vorher auf der Leitung durch das atmosphärische elektrische Feld gebunden waren, oder durch solche, die infolge eines mit dem Blitzschlag entstehenden Feldes freigegeben werden.

²³⁾ Siehe z. B. auch O. Mayr, Archiv für Elektrotechnik, Bd. 18, 1927.

g) **Besonders gefährliche und direkte Blitzschläge.** Die von den Oszillogrammen nahegelegte Auffassung, dass wir es beim Blitzvorgang mit einem sehr zusammengesetzten Vorgang zu tun haben, indem eine Unmenge kleiner, elektrisch wirksamer Blitzfunken in rascher Folge auftritt, wirft auch neues Licht auf die Frage, ob es sich bei Gewitterstörungen auf Leitungen sehr hoher Spannung um direkte oder nur indirekte Blitzschläge handle. Mit der Anzahl der vorkommenden Funken wächst die Wahrscheinlichkeit, dass einer oder mehrere derselben die Leitung treffen. Berücksichtigt man ferner die gemessenen Spannungswerte von fast durchwegs wenigen tausend Volt, sowie die bedeutend grössere elektrische Fernwirkung eines einzigen Blitzes neben ca. 200 andern (Osz. 7/54), so bleiben nur zwei Möglichkeiten der Gefährdung von Hochspannungsanlagen durch Blitze:

1. es existieren einzelne wenige elektrisch ganz aussergewöhnlich gefährliche Blitzschläge; nach Simpson²⁴⁾ sollen dies die Entladungen negativer Wolken sein. Einziges Beispiel ist Osz. 7/54.
2. die Blitzstörungen in Höchstspannungsnetzen rühren von *direkten* Blitzschlägen in die Leitung her.

Die Entscheidung dieser Fragen wird erst durch Erweiterung der Versuche an Höchstspannungsleitungen möglich sein.

²⁴⁾ Simpson, l. c.

Kapitel VIII.

Vergleich mit andern bisherigen Gewitterspannungsmessungen an elektrischen Antennen und Leitungen²⁵⁾.

a) De Blois²⁶⁾ hat in Amerika die Ströme von einer isolierten Antenne nach Erde während Gewittern mit einem Schleifenoszillograph gemessen. Die Resultate seiner 50 Oszillogramme stimmen mit unsern Bildern darin überein, dass sie oft mehrere Teilschläge eines Gesamtblitzschlages erkennen lassen mit Einzeldauern von gewöhnlich ca. $\frac{1}{1000}$ s, nämlich im Minimum $0,2 \cdot 10^{-3}$, im Maximum $1,6 \cdot 10^{-3}$, im Mittel $0,65 \cdot 10^{-3}$ s. Die Feinheiten, durch welche allein die genauere Kenntnis des Blitzvorganges ermöglicht wird, vermag der Schleifenoszillograph infolge seiner Massenträgheit nicht zuverlässig zu geben. Immerhin sind auch schon in den Oszillogrammen von De Blois scharfe Zacken ersichtlich.

b) Wertvoll sind die zahlreichen Gewittermessungen der deutschen Studiengesellschaft für Höchstspannungsanlagen, die mit Hilfe eines 6-schleifigen Oszillographen, verschiedener Antennen und einer rotierenden Gewitterinfluenzmaschine durchgeführt wurden²⁷⁾. Die erhaltenen Oszillogramme zeigen ebenfalls die Mannigfaltigkeit von Feldentstehung und Feldabbau und der damit verbundenen Antennenspannungen. Ebenso wie bei den Messungen von De Blois können rasche Vorgänge leider vom Oszillograph nicht zuverlässig gegeben werden.

c) Die meiste Kenntnis vom atmosphärischen elektrischen Feld bei Gewitter haben wir erhalten durch die zahlreichen Messungen des schwedischen Gewitterforschers H. Norinder²⁸⁾. Seine ersten Untersuchungen betreffen Grösse und Verlauf des elektrischen Feldes und der Raumladungen am Erdboden während des ganzen Jahres, besonders aber während Gewittern. Es zeigte sich, dass Blitzschläge eine Ladungsveränderung der benachbarten Wolken mit sich bringen, die innert 1–2 km Distanz merklich parallel läuft. In 10 km Distanz hingegen ist kein wesentlicher Zusammenhang mehr sichtbar. Norinder hat mittels hochisolierter Antennen über dem Boden elektrische Gewitterfelder von 100 bis 200 kV pro Meter gemessen. Dies sind Werte, die nicht mehr weit vom Durchbruch der Luft entfernt sind (ca. 1000 kV/m). Die aufgenommenen Kurven zeigen Feldänderungen bis ca. 100 kV/m bei einzelnen Blitzschlägen.

Die zweite Etappe der Norinderschen Messungen²⁹⁾ beginnt mit der Anwendung eines Dufourschen Kathodenstrahloszillographen zur Untersuchung rascher Spannungsänderungen bei Gewittern, welche durch die frühere Apparatur nicht aufgezeichnet werden konnten. Nachdem die anfänglichen Oszillogramme des Jahres 1924 nur recht langsame, praktisch ungefährliche Spannungsänderungen ergaben, zeigen die spärlichen neuen Bilder einige Stösse von nur ca. $\frac{1}{10000}$ s Dauer. Doch sind leider bisher noch keine Originaloszillogramme von Norinder veröffentlicht worden, so dass ein Vergleich der wesentlichen Einzelheiten nicht möglich ist.

d) Die Messungen Norinders über die Stärke des Gewitterfeldes über dem Erdboden sind in glänzender Weise bestätigt worden durch die am Monte Generoso bei Lugano durchgeführten Versuche der Universität Berlin³⁰⁾.

Aus den bisherigen Veröffentlichungen geht hervor, dass auf der ca. 80 m über dem Boden gespannten Antenne bei Gewitter über 2 Millionen Volt Spannung entstehen, und zwar nicht nur im Moment von Blitzen, sondern regelmässig während längerer Zeit (ca. $\frac{1}{2}$ Stunde), wobei ca. jede Sekunde ein Ueberschlag an der

²⁵⁾ Bei dieser Besprechung wollen wir von allen Modellversuchen absehen, die insbesondere in Amerika früher reichlich durchgeführt wurden. Bei der Kompliziertheit des Blitzvorganges ist ein naturgetreues Bild des Blitzes kaum möglich.

²⁶⁾ De Blois, Trans. A. J. E. E., Bd. 33, 1914.

²⁷⁾ Matthias, El. wirtschaft, 1926, Heft 43; ferner E. T. Z. 1925 und 1927.

²⁸⁾ Teknik Tidskrift 1921 und 1923; ferner Diss. Upsala 1921; El. World, 1924, No. 5.

²⁹⁾ H. Norinder, Teknik Tidskrift 1925, E. T. Z. 1927.

³⁰⁾ Brasch, Lange und Urban, Forschungen und Fortschritte, Febr. 1928.

Messfunkenstrecke nach Erde erfolgte. Es handelt sich hier tatsächlich um ein recht lange vorhandenes lufterelektrisches Feld annähernd konstanter Grösse, das nur mit extrem hochisolierten Antennen nachgewiesen werden kann, da sonst die Ableitung nach Erde der innert einer Sekunde durch die Raumladungen bewirkten Aufladung möglich wäre.

e) In Amerika haben die Westinghouse und die General Electric Comp. die Erforschung rascher Netzzvorgänge durch die Ausbildung des Klydonographen (Wellenschreibers) zu ermöglichen gesucht. Eine Beschreibung solcher Instrumente ist von Peters gegeben worden³¹⁾. Auf diese Apparate werden besonders von den Amerikanern grosse Hoffnungen gesetzt, da sie recht einfach und handlich sind. In der Tat hat sich ihre Verwendung zur Registrierung der ungefähren Höhe von Ueberspannungen irgend welcher Art in elektrischen Betrieben als sehr wertvoll erwiesen. Dies zeigen die Messungen von Lee und Foust³²⁾, Cox³³⁾, Cox, Auley und Gale Higgins³⁴⁾, Wood³⁵⁾. Doch waren wohl die anfänglichen Hoffnungen, aus dem Klydonogramm auch die Steilheit oder den schwingenden oder periodischen Verlauf rascher Wellen zuverlässig erkennen zu können, etwas zu hoch gespannt³⁶⁾.

Was aus den Gewitterklydonogrammen bis heute hervorgeht, ist vor allem das Auftreten hoher Gewitterspannungen, nämlich auf 130 kV-Leitungen bis ca. 1400, und auf 220 kV-Leitungen bis ca. 2000 kV-Scheitelspannung, d. h. in allen Fällen ungefähr der bei Stosspannungen vorkommenden Leitungs-Ueberschlagsspannung. Der Spannungsverlauf wird dabei als aperiodisch angegeben. Die Resultate sollen übereinstimmen mit der Theorie von Simpson³⁷⁾, wonach die Entladung positiver Wolken langsam vor sich geht und bezüglich Spannungshöhe ungefährlich sein soll, hingegen die Entladung negativer Wolken sehr gefährlich, aber auch recht selten sei. Ueber die Einzelheiten des Vorganges kann der Klydonograph keine Auskunft geben; zur Erforschung des Blitzvorganges kommt wohl nur der Kathodenstrahl-oszillograph in Betracht. Dies erkennt man z. B. aus dem Oszillogramm 5/35: im wesentlichen ist dort der Spannungsverlauf wohl aperiodisch, indem keine regelmässige Schwingung um den Spannungswert Null herum vorkommt. Doch gingen in einem Klydonogramm gerade die für die Erkenntnis des Vorganges wesentlichen Spannungssprünge vor dem Ueberschlag der Anlage verloren.

In letzter Zeit haben beide amerikanischen Grossfirmen die Ausbildung geeigneter Kathodenstrahl-oszillographen für Gewitteruntersuchungen unternommen. Bis heute ist nur ein Oszillogramm der G. E. Co. bekannt geworden³⁸⁾. Doch genügt ein einziges Bild kaum zur Beurteilung des Blitzvorganges.

f) Die Messungen von Heyne wurden an zwei nahen Paralleleitungen der Techn. Hochschule Dresden ausgeführt, wobei sich zugleich Spannungshöhe und -Steilheit bestimmen liessen³⁹⁾. Als Messinstrumente kamen Funkenstrecken und Steilheitsmesser zur Anwendung. Diese Apparate greifen zwei bestimmte Punkte des Spannungsverlaufes heraus, nämlich das Spannungsmaximum und das Steilheitsmaximum; mehr vermögen sie nicht zu sagen. Die behauptete Uebereinstimmung im Gang von Spannungshöhe und Spannungssteilheit ist durch die Oszillogramme nicht allgemein bestätigt, indem auch bei nahen Gewittern der gesamte Spannungsaufbau oft relativ langsam (innert ca. $\frac{1}{1000}$ s) vor sich geht. Dagegen besteht gute Uebereinstimmung in der Grössenordnung der gemessenen Gewitterspannungen, welche Feststellung ich einer persönlichen Mitteilung von Herrn Dr. Heyne verdanke.

³¹⁾ J. F. Peters, El. World, Bd. 83, 1924.

³²⁾ Lee und Foust, G. E. Review 1927, Proc. A. J. E. E. 1927.

³³⁾ Cox, J. A. I. E. E. Bd. 46, 1927.

³⁴⁾ Cox, Auley und Gale Higgins, J. A. I. E. E. 1927.

³⁵⁾ Wood, J. A. I. E. E. 1925.

³⁶⁾ J. Fallou, R. G. E. 1928.

³⁷⁾ Simpson, l. c.

³⁸⁾ Electrical World 11. Aug. 1928.

³⁹⁾ Siehe z. B. Binder E. T. Z. 1928, Heft 13, oder „Die Wanderwellenvorgänge auf exper. Grundlage“, Jubiläumsheft der T. H. Dresden, von L. Binder, Springer 1928.

Kapitel IX.

Folgerungen bezüglich des Schutzes von Anlagen gegen Gewitterspannungen.

a) **Anwendungsbereich.** Es ist nicht möglich, ein abschliessendes Urteil aus den Messungen des einen Sommers zu geben, das nun für alle Anlagen beliebiger Spannung gültig wäre. Dazu sind noch mehr Messungen an verschiedenen Orten und in verschiedenen Netzen notwendig. Doch lassen sich heute schon einige Schlüsse ziehen, die im folgenden angeführt sind und besonders für Netze niedriger Spannung Bedeutung haben.

b) **Häufigste Gewitterspannungen kleiner Höhe.** Abgesehen von 4 beobachteten Blitzschlägen des Sommers, welche die 1200 V-Anlage zum Ueberschlag brachten und bei welchen wir deshalb die ohne Ueberschlag erreichte Gewitterspannungshöhe nicht kennen, sind gewöhnlich nur Spannungen weniger tausend Volt entstanden (Ueberschlagsspannung ca. 6500 V). Diese 4 Ueberschläge kamen alle bei ausser Betrieb befindlicher Anlage vor; einer davon ist aus Osz. 5/35 ersichtlich. Die Oszillogramme zeigen, dass diese relativ kleinen Spannungen erst innert 10^{-4} bis 10^{-3} s entstanden, so dass die unter dem Gewitterherd freiwerdende Ladung genügend Zeit hatte, während ihrer Entstehung schon teilweise auf der Leitung abzufließen und dadurch die Entstehung hoher örtlicher Spannung zu verhindern. *Für diese Gewitterspannungen ist daher, falls sie überhaupt als gefährlich erachtet werden, die Unschädlichmachung durch Verschlucken in Kapazitäten oder durch Ableiten nach Erde an irgendwelchen Netzstellen möglich.*

Die vom Gewitter in diesem Fall auf der Leitung innert der angegebenen Zeit befreite Ladung betrug nur ungefähr: $Q = V \cdot C = 10^4 \cdot 10^{-7} = 10^{-3}$ Coulombs, die darin enthaltene Energie: $A = \frac{1}{2} V^2 \cdot C = \frac{1}{2} \cdot 10^8 \cdot 10^{-7} = 5$ Joule (5 Watt/s).

Der mittlere Gewitterladestrom: $J = \frac{V \cdot C}{T} = \frac{10^{-3}}{10^{-4} + 10^{-3}} = 1 \div 10$ A.

Die Verminderung der entstandenen Gewitterspannung der isolierten Leitung durch Verschlucken in der Anlagekapazität ist deutlich ersichtlich in den Oszillogrammen, die am 8 kV-Drehstromnetz aufgenommen wurde. Die Erdkapazität dieses Netzes ist ca. dreimal grösser als jene der Fahrleitung; es treten daher meistens kleinere Gewitterspannungsstösse auf, die durch die genannten Gewitterladungen entstanden sind. (Höhere Gewitterspannung, nämlich ca. 18 kV max. zeigt Osz. 1/4.)

Wollte man die gemessene atmosphärische Spannung eines solchen Netzes durch künstliche Kondensatoren in den Stationen verkleinern, so müsste die Grösse der letztern in der Grössenordnung der Erdkapazität des untersuchten Fahrleitungsnetzes selber liegen, also mindestens 0,1 Mikrofarad betragen. Will man die gemessenen Ladungen nach Erde ableiten, so genügt dazu ein Ableiter, der ohne störende Spannungserhöhung des Netzes die oben genannten Ströme in der genannten Zeit nach Erde abführt. Als Ableiter kommt in erster Linie die Netzisolation in Betracht. Ob diese zusammen mit Erdungsdröseln, Sternpunktserdungen usw. genügt, mit der Netzkapazität zusammen diese Art atmosphärischer Ladungen unschädlich zu machen, muss in jedem Falle entschieden werden, wobei die obigen Zahlen Anhaltspunkte geben.

c) **1. Beispiel: 1200 V-Gleichrichteranlage.** Als erstes Beispiel sei die Fahrleitungsanlage nach dem Schema Fig. 7 gewählt. Die Kapazität der gesamten Anlage gegen Erde beträgt ca. 0,12 F. Die Isolation der Anlage in trockenem Zustand (schwierigster Fall) ist ca. 5 Megohm. Eine wesentliche Ableitung über die Isolation ist nicht vorhanden, weil die Zeitkonstante der trockenen Leitung $R \cdot C = 5 \cdot 10^6 \cdot 10^{-7} = 0,5$ s beträgt. Nun ist neben dieser Ableitung über die Isolation auch noch eine andere möglich über den Gleichrichter und die dazugehörigen Transformatorenwicklungen

(6 Phasenwicklungen und Saugdrossel). Wie wir bereits in Kapitel VI bei der Besprechung der Oszillogramme gesehen haben, spielt der Gleichrichter als elektrisches Ventil eine interessante Rolle bei den Gewittererscheinungen. Sofern er nämlich gar nicht oder nur schwach belastet ist, existiert in ihm ein nur schwacher Lichtbogen. Für positive starke Gewitteraufladungen stellt daher, wie bereits beschrieben wurde, der unbelastete Gleichrichter ein undurchlässiges Ventil dar, d. h. ein offenes Leitungsende. Für die Zeiten der unter Spannung stehenden, aber unbelasteten Fahrleitungen besteht daher für positive Ladungen keine Ableitung über den Gleichrichter; es wirkt nur die Netzisolation ladungsabführend. In diesem Betriebszustand wird also die Gewitterladung und ihre Spannung voll zur Entstehung kommen und während der Dauer von annähernd 1 s (Zeitkonstante der Isolation) auf der Leitung bestehen bleiben, sofern die Leitung nicht vorher irgendwo überschlägt und damit einen Kurzschluss einleitet.

Will man diese Spannungen in ihrer Entstehung vermindern, so ist ein Ohmscher Ableiter nach Erde das einfachste Mittel. Diesen Zweck übernimmt in der besprochenen Anlage ein elektrischer Warmwasserspeicher (1,6 A), der aus andern Gründen in der Anlage eingebaut ist, ferner der am Anfang beschriebene, während Gewitterzeit eingeschaltete Wasserstrahlableiter (1 ÷ 2 A). Wie die Oszillogramme bestätigen, verhindern diese beiden Ableiter zusammen die Entstehung von Ueberspannungen von längerer Dauer als ca. 10^{-4} s in genügendem Masse. Sie verhindern vor allem durchaus die langsame Leitungsaufladung in ca. 10^{-3} s. In der Tat soll der Betrieb seit der Einführung von Warmwasserspeicher und Wasserstrahlableitung bei Gewitter wesentlich ruhiger sein als früher, was mit Rücksicht auf die geringe Ueberschlagsspannung der Anlage nicht wundert.

d) 2. Beispiel: **Sekundärnetz** (Kurzes Netz kleiner Spannung). Bei einem normal isolierten Wechselstromnetz ähnlicher Grösse wie beim besprochenen Fahrleitungsnetz lässt die Ableitung nach Erde bei ungeerdeten Transformatorsternpunkten ebenfalls die besprochenen Gewitterspannungen entstehen. Falls eine Reduktion dieser Spannungen einiger kV gewünscht wird, kommen vor allem Erdungsdrosseln als Ableiter in Betracht. Eine Ueberschlagsrechnung zeigt jedoch, dass die gewöhnlich verwendeten Typen zu grosse Induktivitäten besitzen und daher zu träg sind, um genügend Ladung während 10^{-4} ÷ 10^{-3} s nach Erde abzuführen. Hingegen genügt z. B. die Sternpunktserdung einiger kleiner Leistungstransformatoren meistens, um diese Spannungen zum Verschwinden zu bringen.

e) **Möglichkeit der Hochtransformation dieser Gewitterspannungen.** Die bisher genannten Gewitterspannungen stellen sich bezüglich Ueberspannungsschutz als Zwischenform zwischen sehr raschen Spannungsstössen (Wanderwellen) und den altbekannten statischen Ladungen dar. Doch sind es keine statischen Ladungen, da sie durch freiwerdende Ladungen während eines Blitzschlages entstehen. Daher ihre Entstehungsdauer (ca. 10^{-4} ÷ 10^{-3} s). Sie erklären das häufige Schwanken der Voltmeter an Erdungstransformatoren, sowie das Ansprechen der Telephonklingeln und anderer Schwachstromsignalrelais bei Blitzschlägen. Ihre relativ grosse Dauer ermöglicht in besonderen Fällen ohne weiteres auch ihre Hochtransformation aus Niederspannungs- in Hochspannungsnetze über die Wicklung von Transformatoren, was Finckh durch überspannungsseitig vom Netz abgetrennte, mit Funkenstrecken versehene, unterspannungsseitig hingegen am Verteilnetz angeschlossene Stationstransformatoren nachgewiesen hat⁴⁰). Es ist aus dem gemessenen Spannungsverlauf ohne weiteres klar, warum dieser Vorgang kaum praktische Bedeutung hat. Denn die Ladungen dieser Gewitterspannungen sind recht klein; ihr Abfliessen über Transformatoren gibt überspannungsseitig nur bei ganz kurzen angeschlossenen Leitungen eine dortige Spannungserhöhung, die aus den gegebenen Zahlen annähernd gerechnet werden kann. Die Versuchsbedingungen waren in dieser Beziehung bei Finckh viel ungünstiger als die praktischen Verhältnisse.

⁴⁰) Finckh, El'wirtschaft Bd. 25, 1926.

f) **Hohe, seltene Gewitterspannungen, Ausblick.** Die Praxis hat schon längst bewiesen, dass neben den bisher besprochenen Gewitterüberspannungen noch andere bestehen müssen. Dies schon deshalb, weil die obigen Spannungen für Hoch- und Höchstspannungsnetze überhaupt als ungefährlich zu bezeichnen sind. Die Oszillogramme beweisen, dass diese gefährlicheren Blitze nicht oft vorkommen. Nur ein einziges Oszillogramm deutet darauf hin, dass offenbar in elektrischer Hinsicht ganz besonders gefährliche Blitze existieren (Osz. 7/54). Bei diesem Oszillogramm wurde nämlich noch in 10–12 km minimaler Leitungsdistanz vom Blitz ein Spannungsschoss von fast 2 kV auf der isolierten Fahrleitung erzeugt mit einer Anstiegs- und Abfalldauer des Maximums von je ca. $5 \cdot 10^{-6}$ s. Die aussergewöhnliche Gefährlichkeit des Blitzes ist dadurch nachgewiesen, dass derselbe in der 45 kV-Speiseleitung des 8 kV-Netzes einen Kurzschluss verursachte, der sich augenblicklich durch Lichtschwankung und Brummen der Motoren bemerklich machte. Die genaue Einschlagsstelle des Blitzes konnte nachträglich ermittelt werden.

Die Gefährdung durch einen solchen Stoss, der in seiner Dauer einem langen einzelnen Teilfunken einer Blitzenladung entspricht, aber in der Höhe alle Einzelstöße der übrigen Oszillogramme wesentlich übertrifft, ist anderer Art, als die der häufigen Gewitterspannungen kleiner Höhe. Es handelt sich hier um eine sehr hohe, aber kurzzeitige, wanderwellenartige Beanspruchung, deren Existenz durch die Resultate der Klydonographen in Amerika bereits behauptet wird. Eine ähnliche Beanspruchung ist zu erwarten bei *direkten* Blitzschlägen, deren Vorkommen nach vorliegender Untersuchung häufiger und deren Störwirkung in vielen Fällen weniger gefährlich zu sein scheint, als bisher angenommen wurde. Infolge der raschen Spannungsentstehung in beliebiger Distanz von der Station ist hier eine Ableitung in den Stationen praktisch ausgeschlossen.

Es scheint in diesen Fällen meistens unmöglich, ein- oder mehrpoligen Erdschluss und damit Kurzschluss an der betreffenden Leitungsstelle unter dem Gewitterherd oder bei der Einschlagsstelle zu verhüten. In Betracht kommt zu diesem Zweck nur die Anwendung von Erdseilen. Es kann aber vielleicht sogar grössere Vorteile bringen, die Ueberschlagsspannung für rasche Spannungsschüsse auf der Leitung im Vergleich zu derjenigen anderer Anlageteile relativ klein und z. T. verzögerungsfrei zu halten, damit dadurch die Begrenzung der Gewitterspannung bei deren Entstehung auf der Leitung rasch zustande kommt, bei Spannungen, die für die angeschlossenen Anlagen ungefährlich sind.

Dagegen muss es Zweck wichtiger Anordnungen vor oder in den Stationen sein, die trotz des Leitungserdschlusses auftretende hohe und steile Gewitterspannungswelle von ca. 1,5 km Länge (Osz. 7/54) unschädlich zu machen, d. h. die Entstehung weiterer *Erd- und damit Kurzschlüsse innert der Station, sowie Windungsschlüsse in Maschinen und Transformatoren zu verhindern und den Kurzschluss möglichst rasch abzuschalten*. Dabei ist schon heute sicher, dass die Vermeidung von Windungsschlüssen in diesen kritischen Momenten nur möglich ist, wenn die Wicklungen der entstehenden Sprungwellenbeanspruchung auch bei dieser Spannung, die, sofern kein Ueberspannungsschutz vorhanden ist, durch die Netzüberschlagsspannung bei kurzen Spannungsschüssen sich ergibt, standhalten.

Die volle quantitative Lösung der Gewitterstörungsfrage bleibt in dieser Beziehung weiteren Versuchen an verschiedenen, insbesondere an Höchstspannungsleitungen, vorbehalten.